Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Языки программирования
5. Конечные автоматы

Разработчики:
М.Л. Цымблер, к.ф.-м.н., доцент
Н.С. Силкина
Южно-Уральский государственный университет

Направление 010300.62
«Фундаментальная информатика и информационные технологии»

Проект комиссии Президента по модернизации и техническому развитию экономики России
«Создание системы подготовки высококвалифицированных кадров в области суперкомпьютерных технологий и специализированного программного обеспечения»

Проект «Создание системы подготовки высококвалифицированных кадров в области суперкомпьютерных технологий и специализированного программного обеспечения»

Применение потенциала суперкомпьютерных технологий (СКТ) как значимой составляющей инновационного развития страны является задачей государственной важности, относится к приоритетному направлению и находится под постоянным контролем Президента и Правительства России. Одним из сдерживающих факторов развития страны в этом направлении является острая нехватка высококвалифицированных кадров в области СКТ, поскольку подготовка таких специалистов сейчас отсутствует как элемент системы высшего профессионального образования.

Стратегической целью проекта является создание национальной системы подготовки высококвалифицированных кадров в области суперкомпьютерных технологий и специализированного программного обеспечения.

Сайт проекта http://hpc-education.ru.

Содержание курса

1. Обзор языков программирования
2. Принципы разработки языков программирования
3. Виртуальные машины
4. Языки параллельного программирования
5. Трансляция языков программирования

Основная литература

1. *Ахо А., Сети Р., Ульман Д.* Компиляторы: принципы, технологии и инструменты. -М.: Издательский дом "Вильямс", 2001.
2. *Бен-Ари М. Языки программирования. Практический сравнительный анализ. –М.: Мир, 2000.*
3. *Воеводин В.В., Воеводин Вл.В.* Параллельные вычисления. - СПб.: БХВ-Петербург, 2002.
4. *Пратт Т., Зелковиц М.* Языки программирования: разработка и реализация. -СПб: Питер, 2002.
5. *Себеста У.* Основные концепции языков программирования. – М.: Виль-ямс, 2001.

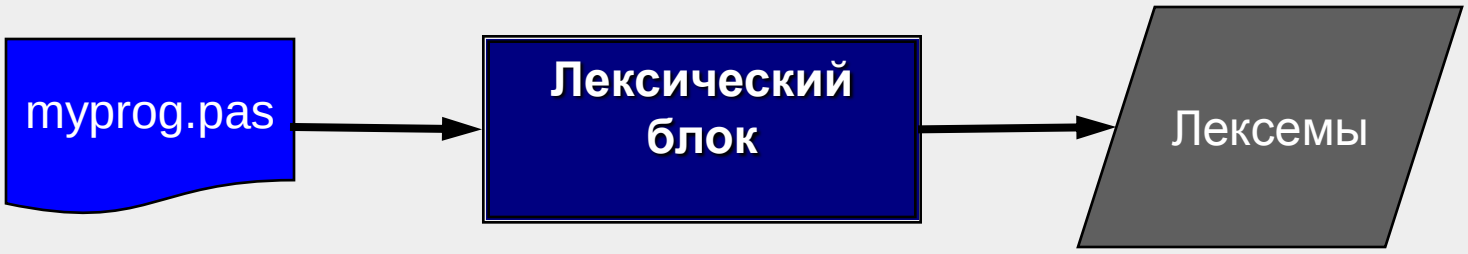
Дополнительная литература

1. *Калинин А.Г., Мацкевич И.В.* Универсальные языки программирования. Семантический подход. -М.: Радио и связь, 1991.
2. *Кауфман В.Ш.* Языки программирования. Концепции и принципы. -М.: Радио и связь, 1993.
3. *Костельцов А.В. Построение интерпретаторов и компиляторов: использование программ BIZON, BYACC, ZUBR. - М.: Наука и техника, 2001.*
4. *Ульман Д., Хопкрофт Д., Ахо А.* Структуры данных и алгоритмы. –М.: Вильямс, 2000.
5. *Хантер Р.* Основные концепции компиляторов. -М.: Издательский дом "Вильямс", 2002.
6. Языки программирования Ада, Си, Паскаль. Сравнение и оценка / Под ред. А.Р. Фьюэра, Н. Джехани. -М.: Финансы и статистика, 1989.

Введение

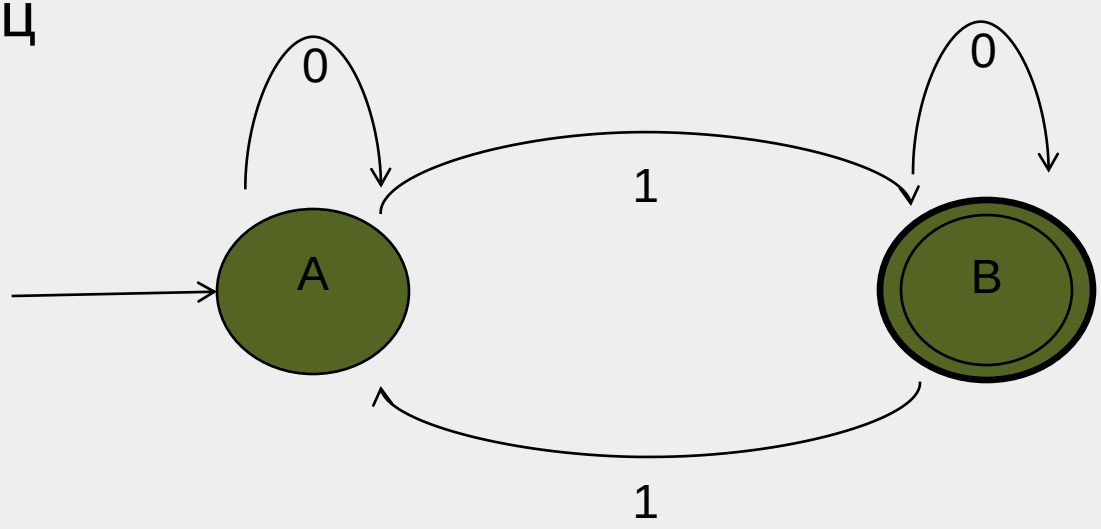
Этап лексического анализа (сканирование) заключается в преобразовании цепочки символов в цепочку лексем.

Моделью, служащей основой для сканирования, является *конечный автомат* или *машина состояний*.



Пример (схема)

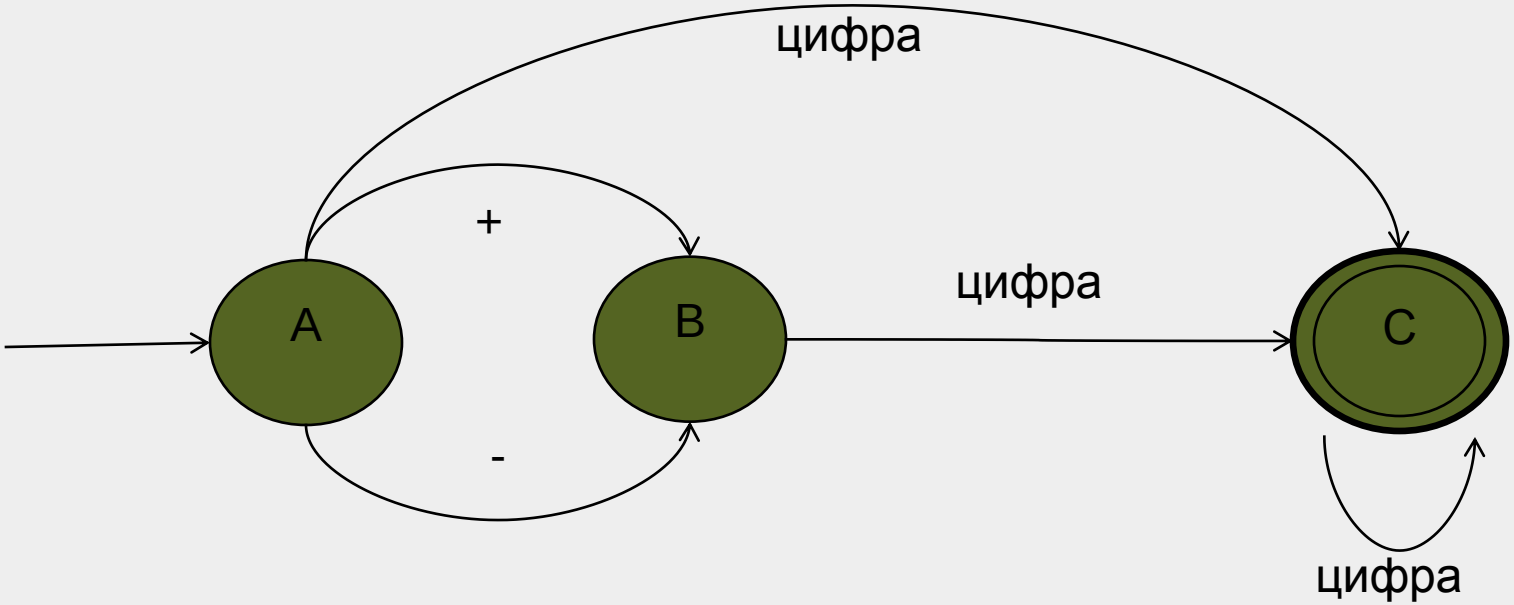
- Распознавание битовой цепочки с нечетным количеством единиц



- Допустимые: 1, 10, 10110
- Не допустимые: 11, 101

Пример 2 (схема)

- Распознавание целого числа с необязательным знаком



- Допустимые: 10, -146
- Не допустимые: +11, 101f, _2 3

Понятие конечного автомата

- *Конечный автомат* – модель вычислительного устройства с фиксированным и конечным объемом памяти, которое читает и обрабатывает цепочку входных символов, принадлежащих некоторому конечному множеству.
- Конечные автоматы различают в зависимости от результата, который они дают на выходе.

Конечный распознаватель

- *Конечный распознаватель* – модель устройства с конечным числом состояний, которое отличает *допустимые* (правильно образованные) цепочки от *недопустимых*.
- *Регулярное множество* конечного распознавателя – множество его допустимых цепочек.
- Задание конечного распознавателя:
  - *Входной алфавит*: $A=\{a_1, \ldots, a_M\}$
  - *Множество состояний*: $S=\{S_1, \ldots, S_N\}$
  - *Функция перехода*: $\delta(S_i,a_j)=S_k \ \forall\ i,k \in 1..N, j \in 1..M$
  - *Начальное состояние*
  - Подмножество *допускающих* и *заключительных* состояний; подмножество *отвергающих* состояний.

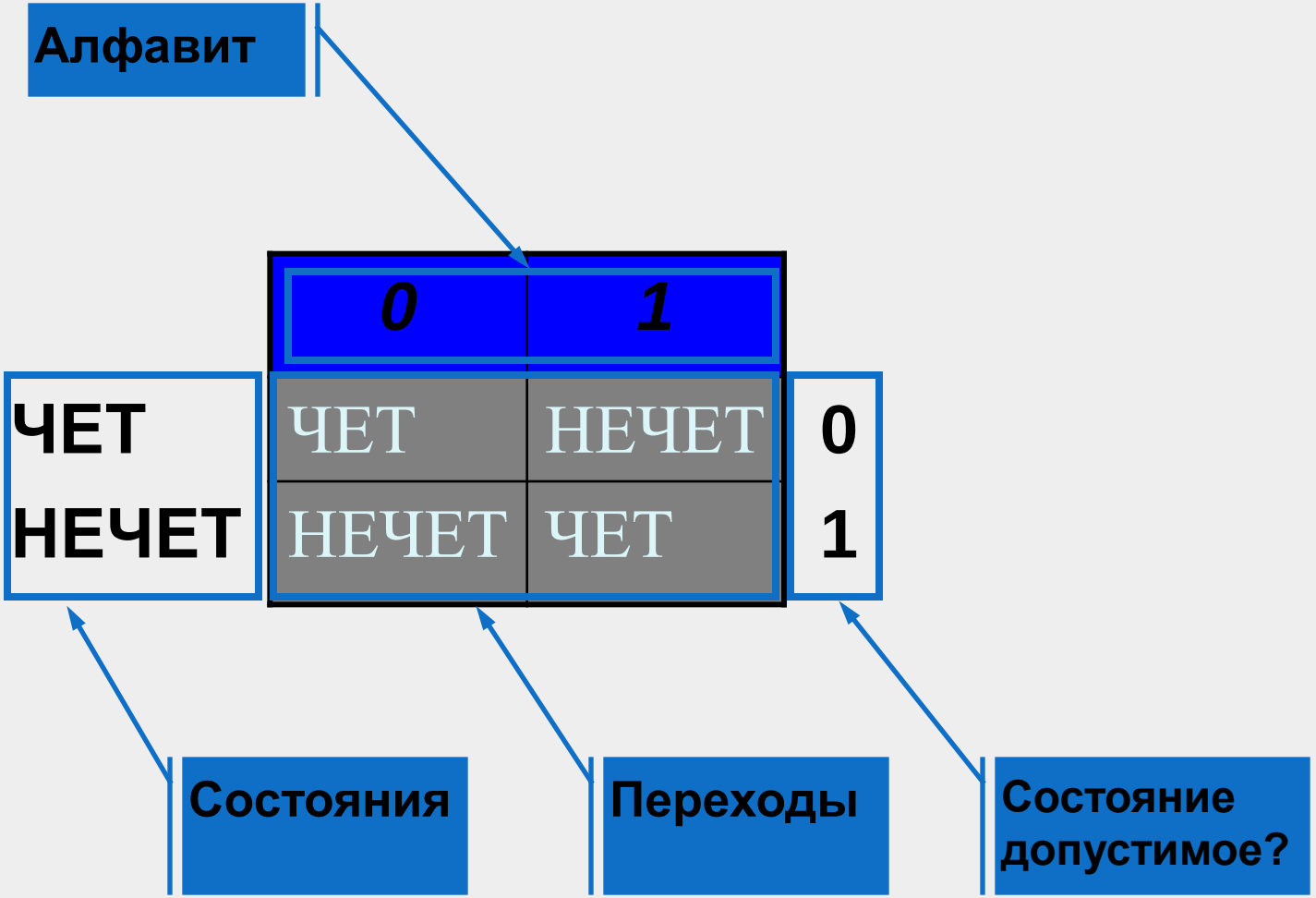
Пример конечного распознавателя

- «Контролер нечетности единиц» с регулярным множеством всех цепочек, состоящих из 0 и 1 и имеющих нечетное число единиц.
- Задание распознающего автомата:
  - Алфавит: {0, 1}
  - Состояния: {ЧЕТ, НЕЧЕТ}
  - Начальное состояние: ЧЕТ
  - Функция перехода:
    δ(ЧЕТ,0)=ЧЕТ
    δ(ЧЕТ,1)=НЕЧЕТ
    δ(НЕЧЕТ,0)=НЕЧЕТ
    δ(НЕЧЕТ,1)=ЧЕТ
  - Допускающие состояния: {НЕЧЕТ}

Пример конечного распознавателя

Цепочка	Переходы	Результат
1101	ЧЕТ$^{(1)}\rightarrow$НЕЧЕТ$^{(1)}\rightarrow$ЧЕТ$^{(0)}\rightarrow$ЧЕТ$^{(1)}\rightarrow$ НЕЧЕТ	Допустить
101	ЧЕТ$^{(1)}\rightarrow$НЕЧЕТ$^{(0)}\rightarrow$НЕЧЕТ$^{(1)}\rightarrow$ЧЕТ	Отвергнуть
11111	ЧЕТ$^{(1)}\rightarrow$НЕЧЕТ$^{(1)}\rightarrow$ЧЕТ$^{(1)}\rightarrow$НЕЧЕТ$^{(1)}$ $\rightarrow$ЧЕТ$^{(1)}\rightarrow$НЕЧЕТ	Допустить
1	ЧЕТ$^{(1)}\rightarrow$НЕЧЕТ	Допустить
0	ЧЕТ$^{(0)}\rightarrow$ЧЕТ	Отвергнуть

Таблица переходов



Пример таблицы переходов

	a	*b*	*c*	
1	1	3	4	**1**
2	2	1	3	**0**
3	2	4	4	**1**
4	3	3	3	**0**

- Алфавит:
  {a, b, c}
- Состояния:
  {1, 2, 3, 4}
- Начальное состояние:
  1
- Допускающие состояния:
  {1, 3}
- Примеры цепочек:
  abcc – допустимая
  cba – недопустимая

Обрабатывающий автомат

- *Обрабатывающий автомат* – конечный распознаватель, который прекращает свою работу в одном из двух случаев:
  1) обнаружение ошибки во входной цепочке
  2) исчерпание входной цепочки.
- Обрабатывающий автомат можно построить из соответствующего распознающего автомата, если:
  1) дополнить множество состояний автомата *состоянием ошибки* **E**.
  2) дополнить алфавит автомата *концевым маркером* –|.

Пример обрабатывающего автомата

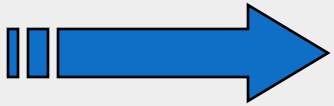
- «Контролер парности единиц» с регулярным множеством всех цепочек, состоящих из 0 и 1, в которых единицы либо отсутствуют, либо встречаются парами.
- *Распознающий* автомат
(после перехода в состояние E может выполнять «лишнюю» работу):

	0	1	
1	1	2	1
2	E	1	0
E	E	E	0

Пример обрабатывающего автомата

- *Обрабатывающий* автомат
  (добавлен концевой маркер и вызовы подпрограмм обработки состояний «ДА» и «НЕТ»):

	0	1	⊣
1	1	2	ДА
2	E	1	НЕТ
E	E	E	НЕТ



	0	1	⊣
1	1	2	ДА
2	НЕТ	1	НЕТ

Метод разметки символов

- Строим конечный распознаватель выражения:

<выражение>::=<операнд><знак><операнд>
<операнд>::=<идентификатор> | <элемент массива>
<элемент массива>::=<идентификатор>**[**<индекс>**]**
<индекс>::=<целое без знака> | <идентификатор>
{**,** <индекс>}
<знак>::=**+** | **-** | ***** | ***/***

Допустимые цепочки:
A[1]+B,
A[1, j, 3]*B

Метод разметки символов

- Предполагаем, что некоторый другой конечный автомат предварительно распознает цепочку и выдает следующие лексемы:

  ID идентификатор
  INT целое без знака
  s знак операции
  [левая скобка
  ] правая скобка
  , запятая

  Будем считать их алфавитом нашего автомата.

Метод разметки символов

- Возьмем типичное выражение и разметим его (назначим символам, имеющим одинаковую семантику, одинаковые метки):

	A	[	1	,	j	,	3	]	*	B
НАЧ	ИД	ЛСК	ЦЕЛ	ЗПТ	ИДКС	ЗПТ	ЦЕЛ	ПСК	ЗНАК	ИД

Метод разметки символов

- Построим конечный распознаватель:

	ID	INT	s	[	]	,	
НАЧ	ИД	Е	Е	Е	Е	Е	0
ИД	Е	Е	ЗНАК	ЛСК	Е	Е	1
ЛСК	ИДКС	ЦЕЛ	Е	Е	Е	Е	0
ЦЕЛ	Е	Е	Е	Е	ПСК	ЗПТ	0
ЗПТ	ИДКС	ЦЕЛ	Е	Е	Е	Е	0
ИДКС	Е	Е	Е	Е	ПСК	ЗПТ	0
ПСК	Е	Е	ЗНАК	Е	Е	Е	1
ЗНАК	ИД	Е	Е	Е	Е	Е	0
Е	Е	Е	Е	Е	Е	Е	0

Метод разметки символов

- Построенный распознаватель *не оптимален*:

	ID	*INT*	*s*	*[*	*]*	*,*	
НАЧ	ИД	Е	Е	Е	Е	Е	**0**
ИД	Е	Е	ЗНАК	ЛСК	Е	Е	**1**
ЛСК	ИДКС	ЦЕЛ	Е	Е	Е	Е	**0**
ЦЕЛ	Е	Е	Е	Е	ПСК	ЗПТ	**0**
ЗПТ	ИДКС	ЦЕЛ	Е	Е	Е	Е	**0**
ИДКС	Е	Е	Е	Е	ПСК	ЗПТ	**0**
ПСК	Е	Е	ЗНАК	Е	Е	Е	**1**
ЗНАК	ИД	Е	Е	Е	Е	Е	**0**
Е	Е	Е	Е	Е	Е	Е	**0**

Замечание о пустой цепочке

- *Пустая цепочка* ε – цепочка, не содержащая ни одного символа.
- ε допускается автоматом $\Leftrightarrow$ начальное состояние автомата допустимо.
- ε не является входным символом автомата.
- ε не совпадает с пустым множеством { } и пробелом « ».

Приведение конечного автомата

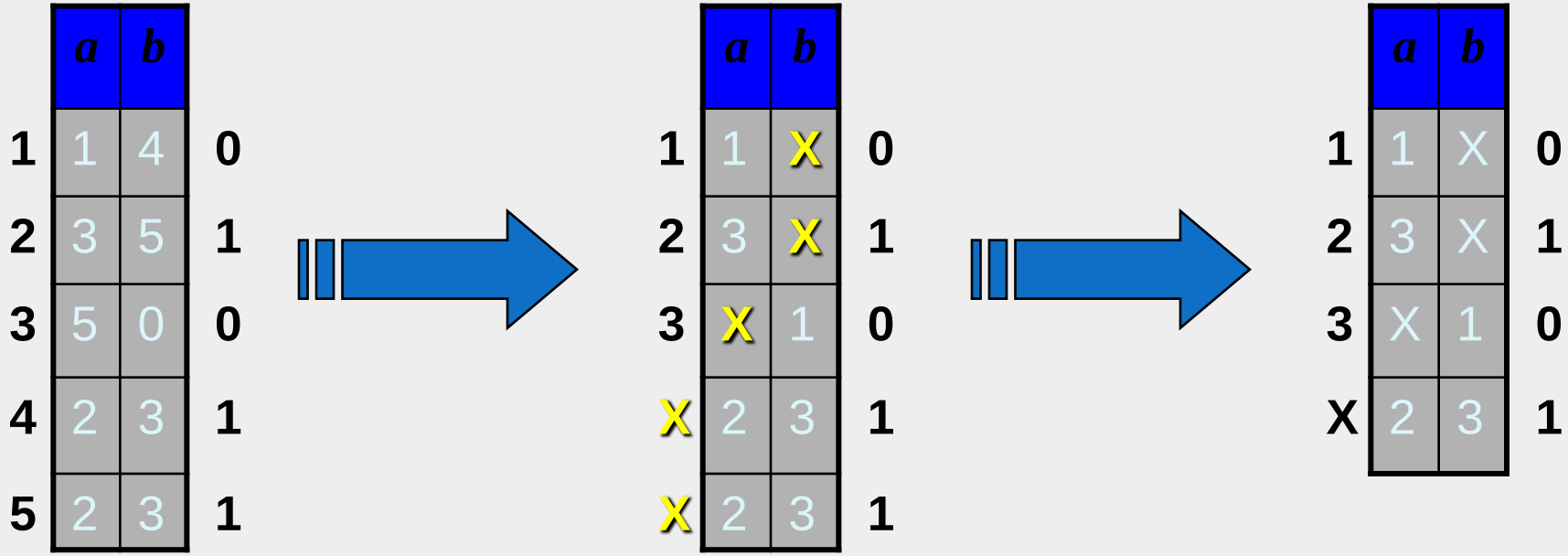
- Утверждение 1:
  Для любого конечного автомата имеется бесконечное множество конечных автоматов с *совпадающим регулярным множеством цепочек и отличным* от исходного *числом состояний*.
- Утверждение 2:
  Для любого конечного распознавателя имеется **единственный** конечный распознаватель с *совпадающим регулярным множеством цепочек* и *не превышающим исходное* числом состояний, называемый *минимальным*.

Редукция конечного автомата

- *Редукция конечного автомата* – процесс приведения данного автомата к минимальному.
- Этапы редукции:
  1. Замена нескольких эквивалентных состояний на одно.
  2. Отбрасывание недостижимых состояний.

Эквивалентные состояния

- Определение 1:
  Состояние ***s*** конечного распознавателя ***M*** эквивалентно состоянию ***t*** конечного распознавателя ***N***, если ***M***, начав работу в состоянии ***s***, будет допускать в точности те же цепочки, что и ***N***, начавший работу в состоянии ***t***.
- Пример:



Эквивалентные состояния

- Определение 2:
  Состояние **s** конечного распознавателя ***M*** эквивалентно состоянию ***t*** конечного распознавателя ***N***, если для **s** и ***t*** не существует *различающей* цепочки – под действием которой состояние **s** переходит в допускающее состояние, а состояние ***t*** – в отвергающее состояние (или наоборот).
- Пример:

M

	0	*1*	
A	A	C	0
B	B	C	0
C	B	A	1

N

	0	*1*	
X	X	Y	0
Y	Z	X	1
Z	X	Z	0

Состояния **A** и **X** не эквивалентны, так как
101 – различающая их цепочка

Эквивалентные автоматы

- Два конечных автомата эквивалентны, если эквивалентны их начальные состояния.
- Замечание. Понятие эквивалентности автоматов является отношением эквивалентности (выполняются свойства рефлексивности, симметричности и транзитивности). *Докажите!*
- Пример:

M

	0	*1*	
A	A	C	0
B	B	C	0
C	B	A	1

N

	0	*1*	
X	X	Y	0
Y	Z	X	1
Z	X	Z	0

Автоматы **M** и **N** не эквивалентны, так как не эквивалентны их начальные состояния **A** и **X**.

Признак эквивалентности состояний

- Два состояния эквивалентны ⇔ выполняются
  1. *условие подобия*:
     состояния оба допускающие или оба отвергающие
  2. *условие преемственности*:
     преемники данных состояний эквивалентны (для любых входных символов данные состояния переходят в эквивалентные состояния).
- Замечание. Данные условия выполняются ⇔ состояния не имеют различающей цепочки. *Докажите!*

Пример поиска эквивалентных состояний

	a	b	
0	0	3	0
1	2	5	0
2	2	7	0
3	6	7	0
4	1	6	1
5	6	5	0
6	6	3	1
7	6	3	0

1. Проверим состояния 0 и 7:
   - условие подобия – выполняется;
   - условие преемственности – не выполняется:

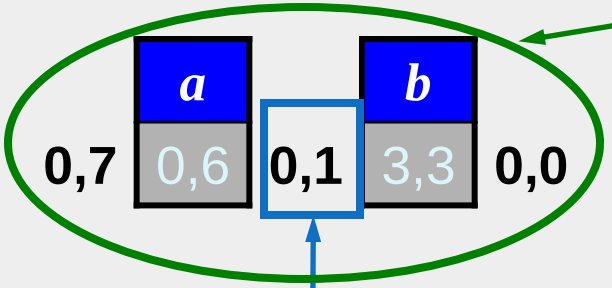


Таблица эквивалентности

Нарушено условие подобия для состояний-преемников

Состояния 0 и 7 не эквивалентны, ***a*** – различающая их цепочка.

Пример поиска эквивалентных состояний

	a	b	
0	0	3	0
1	2	5	0
2	2	7	0
3	6	7	0
4	1	6	1
5	6	5	0
6	6	3	1
7	6	3	0

2. Проверим состояния 0 и 1:

- условие подобия – выполняется;
- условие преемственности –

	a		b	
0,1	0,2	0,0	3,5	0,0

	a		b	
0,1	0,2	0,0	3,5	0,0
0,2	0,2	0,0	3,7	0,0
3,5	6		7,5	0,0
3,7	6		3,7	0,0
7,5	6		3,5	0,0

Состояния 0 и 1 эквивалентны, так как не существует различающая их цепочка.

Состояния 0 и 2, 3 и 5, 3 и 7 эквивалентны.

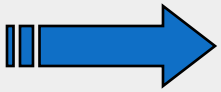
Пример поиска эквивалентных состояний

3. Состояния 0 и 1, 0 и 2, 3 и 5, 3 и 7 эквивалентны ⇒

   X≅0≅1≅2,

   Y≅3≅5≅7.

	a	*b*	
0	0	3	**0**
1	2	5	**0**
2	2	7	**0**
3	6	7	**0**
4	1	6	**1**
5	6	5	**0**
6	6	3	**1**
7	6	3	**0**



	a	*b*	
X	X	Y	**0**
Y	6	Y	**0**
4	X	6	**1**
6	6	Y	**1**

Недостижимые состояния

- *Недостижимое состояние* – состояние, которое не достигается из начального ни для какой входной цепочки.
  Строки недостижимых состояний таблицы переходов можно удалить, получая эквивалентный конечный автомат.
- Алгоритм поиска недостижимых состояний:
  1. Найти список всех *достижимых* состояний:
     1) Занести в список начальное состояние
     2) Для каждого состояния из списка занести в него все его состояния-преемники, которые пока отсутствуют в списке.
  2. Найти разность всего множества состояний и списка достижимых состояний.

Редукция автомата методом разбиения

- Метод таблиц эквивалентности не эффективен, так как обрабатывает одновременно только два состояния.
- *Метод разбиения* заключается в последовательном разбиении множества состояний на такие непересекающиеся подмножества (*блоки*), что неэквивалентные состояния будут попадать в *разные* подмножества.

Пример редукции автомата методом разбиения

	a	*b*	
1	6	3	0
2	7	3	0
3	1	5	0
4	4	6	0
5	7	3	1
6	4	1	1
7	4	2	1

1. Разобьем состояния на два блока – «отвергающие» и «допускающие»: $P_0=(\{1,2,3,4\}, \{5,6,7\})$
2. Разобьем блок {1,2,3,4} из P_0 относительно символа ***a***:
   $\{1,2\}^{(a)}\rightarrow\{6,7\}\subset\{5,6,7\}$, $\{3,4\}^{(a)}\rightarrow\{1,4\}\subset\{1,2,3,4\}$.
   Состояния-преемники {1,2} и {3,4} не эквивалентны по входу ***a***.
   $P_0 \rightarrow P_1 =(\{1,2\}, \{3,4\}, \{5,6,7\})$.

Пример редукции автомата методом разбиения

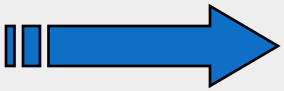
	a	*b*	
1	6	3	0
2	7	3	0
3	1	5	0
4	4	6	0
5	7	3	1
6	4	1	1
7	4	2	1

3. Разобьем блок {3,4} из P_1 относительно символа ***a***:
   $3^{(a)} \to 1 \subset \{1,2\}$,
   $4^{(a)} \to 4 \subset \{3,4\}$.
   Состояния-преемники 3 и 4 не эквивалентны по входу ***a***.
   $P_1 \to P_2 = (\{1,2\}, \{3\}, \{4\}, \{5,6,7\})$.
4. Разобьем блок {5,6,7} из P_2 относительно символа ***b***:
   $5^{(b)} \to 3 \subset \{3\}$, $\{6,7\}^{(b)} \to 1 \subset \{1,2\}$.
   Состояния-преемники {5} и {6,7} не эквивалентны по входу ***a***.
   $P_2 \to P_3 = (\{1,2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6,7\})$.

Пример редукции автомата методом разбиения

5. **P_3 =({1,2}, {3}, {4}, {5}, {6,7})**
не допускает дальнейшего разбиения:
$\{1,2\}^{(a)}\rightarrow\{6,7\}$, $\{1,2\}^{(b)}\rightarrow\{3\}$,
$\{6,7\}^{(a)}\rightarrow\{4\}$, $\{6,7\}^{(b)}\rightarrow\{1,2\}$.
Состояния внутри каждого блока из P_3 эквивалентны.

	a	*b*	
1	6	3	0
2	7	3	0
3	1	5	0
4	4	6	0
5	7	3	1
6	4	1	1
7	4	2	1



	a	*b*	
X	Y	3	0
3	X	5	0
4	4	Y	0
5	Y	3	1
Y	4	X	1

Недетерминированный конечный автомат

- *Недетерминированный конечный автомат* – конечный автомат, у которого значением функции перехода является *множество* состояний.
- Задание недетерминированного конечного распознавателя:
  - *Входной алфавит*: $A=\{a_1, \ldots, a_M\}$
  - *Множество состояний*: $S=\{S_1, \ldots, S_N\}$
  - *Функция перехода*: $\delta(S_i,a_j) =\{Sk_1, \ldots, Sk_N\}\ \forall\ i,k\in 1..N, j\in 1..M$
  - *Подмножество начальных состояний*
  - Подмножество *допускающих* состояний.
- Недетерминированный конечный распознаватель допускает входную цепочку, если она позволяет связать *одно* из его начальных состояний с *одним* из допускающих состояний.

Пример недетерминированного автомата

	0	1	
→A	A,B	C	0
→B	B	C	1
C		A,C	1

- Алфавит: {0,1}
- Состояния: {A,B,C}
- Начальные состояния: {A,B}
- Переходы:
  $\delta(A,0)=\{A,B\}$, $\delta(A,1)=\{C\}$,
  $\delta(B,0)=\{B\}$, $\delta(B,1)=\{C\}$,
  $\delta(C,0)=\{\}$, $\delta(C,1)=\{A,C\}$.
  Переход в пустое множество состояний означает, что дальнейшие переходы невозможны и входная цепочка отвергается.
- Допускающие состояния: {B,C}
- Допустимые цепочки: 11, 011, 000
  Недопустимые цепочки: 10, 010

Пример недетерминированного распознавателя

- Семантика: распознавание цепочек ЗАДАЧА, ЗАЧЁТ
- Алфавит: {А, Д, Ё, З, Т, Ч}
- Состояния:

  нач – начальное
  $З_1$ – З в Задача
  $З_2$ – З в Зачёт
  $А_1$ – первая А в Задача
  $А_2$ – вторая А в Задача
  $А_3$ – третья А в Задача
  $А_4$ – А в Зачёт
  Д – Д в Задача
  $Ч_1$ – Ч в Задача
  $Ч_2$ – Ч в Зачёт
  Ё – Е в Зачёт
  Т – Т в Зачёт

- Начальные состояния: {нач}

Пример недетерминированного распознавателя

	А	*Д*	*Ё*	*З*	*Т*	*Ч*	
→нач				$З_1$, $З_2$			0
$З_1$	$А_1$, $А_4$						0
$З_2$	$А_1$, $А_4$						0
$А_1$		Д					0
$А_2$						$Ч_1$	0
$А_3$							1
$А_4$						$Ч_2$	0
Д	А2						0
$Ч_1$	А3						0
$Ч_2$			Ё				0
Ё					Т		0
Т							1

Эквивалентность недетерминированных и детерминированных распознавателей

- Для любого недетерминированного конечного распознавателя существует эквивалентный ему детерминированный конечный распознаватель.

Алгоритм построения эквивалентного детерминированного автомата

N	0	1	
→A	A,B	C	0
→B	B	C	1
C		A,C	1

D	0	1
{A, B}		

1. Пометить 1-ю строку таблицы переходов автомата **D** множеством начальных состояний автомата **N**.

Алгоритм построения эквивалентного детерминированного автомата

N	0	1	
→A	A,B	C	0
→B	B	C	1
C		A,C	1

D	0	1
{A, B}	{A,B}	{C}

2. По множеству состояний *S*, которое помечает строку таблицы переходов автомата **D**, вычислить те состояния автомата **N**, которые могут быть достигнуты из *S* с помощью каждого символа алфавита, и поместить их в соответствующие ячейки таблицы переходов автомата **N**.

Алгоритм построения эквивалентного детерминированного автомата

N	0	1	
→A	A,B	C	0
→B	B	C	1
C		A,C	1

D	0	1
{A, B}	{A,B}	{C}
{C}		

3. Для каждого множества состояний, полученного на шаге 2., проверить, есть ли в таблице переходов автомата **D** строка, помеченная этим множеством.
   Если есть, то добавить в таблицу переходов автомата **D** новую строку и пометить ее этим множеством.

Алгоритм построения эквивалентного детерминированного автомата

4. Для всех строк в таблице переходов автомата **D**, для которых еще не вычислены переходы, применить шаг 2.

D

	0	1
{A, B}	{A,B}	{C}
{C}	{ }	{A,C}

D

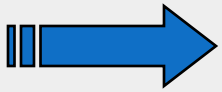
	0	1
{A, B}	{A,B}	{C}
{C}	{}	{A,C}
{ }		
{A,C}		

Алгоритм построения эквивалентного детерминированного автомата

4. Для всех строк в таблице переходов автомата **D**, для которых еще не вычислены переходы, применить шаг 2.

D

	0	*1*
{A, B}	{A,B}	{C}
{C}	{}	{A,C}
{ }		
{A,C}		



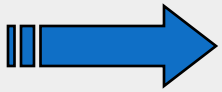
D

	0	*1*
{A, B}	{A,B}	{C}
{C}	{}	{A,C}
{ }	{ }	{ }
{A,C}	{A,B}	{A,C}

Алгоритм построения эквивалентного детерминированного автомата

5. Если строка таблицы переходов автомата **D** содержит состояние автомата **N**, то пометить соответствующее состояние автомата **D** как допускающее, иначе – как отвергающее.

D	0	1
{A, B}	{A,B}	{C}
{C}	{}	{A,C}
{ }	{ }	{ }
{A,C}	{A,B}	{A,C}

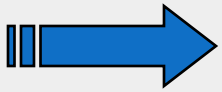


D	0	1	
{A, B}	{A,B}	{C}	1
{C}	{}	{A,C}	1
{ }	{ }	{ }	0
{A,C}	{A,B}	{A,C}	1

Алгоритм построения эквивалентного детерминированного автомата

5. Если строка таблицы переходов автомата **D** содержит состояние автомата **N**, то пометить соответствующее состояние автомата **D** как допускающее, иначе – как отвергающее.

D	0	1	
{A, B}	{A,B}	{C}	1
{C}	{}	{A,C}	1
{ }	{ }	{ }	0
{A,C}	{A,B}	{A,C}	1



D	0	1	
1	1	2	1
2	3	4	1
3	3	3	0
4	1	4	1

Алгоритм построения эквивалентного детерминированного автомата

D

	0	*1*	
1	1	2	1
2	3	4	1
3	3	3	0
4	1	4	1

- Замечание.
  Описанный алгоритм гарантирует, что полученный детерминированный автомат не содержит недостижимых состояний, но не гарантирует, что он будет минимальным.
  (Почему?)
- Упражнение.
  Как проверить эквивалентность состояний недетерминированного автомата?

Реализация конечного автомата

- Основные проблемы реализации автомата:
  - Представление входных символов
  - Представление состояний
  - Представление переходов
  - Идентификация слов

Представление входных символов

Сокращение исходного алфавита

Таблица транслитерации

Символ	*A*	…	*Z*	*0*	…	*9*	…
Лексема	(БУКВА, A)	…	(БУКВА, Z)	(ЦИФРА, 0)	…	(ЦИФРА, 9)	…

Представление состояний

- *Явное представление* – переменная, в которой хранится текущее состояние.
- *Неявное представление* – для каждого состояния имеется отдельная подпрограмма; состояние определяется тем, какая именно подпрограмма выполняется.

Представление переходов

- *Метод вектора переходов.*
  Адреса подпрограмм обработки переходов хранятся в массиве, который индексируется входным алфавитом автомата.
- *Метод списка переходов.*
  Входной алфавит автомата делится на две группы: символы, для которых осуществляется *переход по неудаче* (которые обрабатываются подпрограммой обработки ошибок), и остальные.

Представление переходов

	1	2	3	4	5	6	7	–|
A	A1			B3		A6		
B		C2	C3	A4		B6	C1	
C					B5			

Вектор переходов для состояния A

1	2	3	4	5	6	7	–|
@A1	@НЕТ	@НЕТ	@B3	@НЕТ	@A6	@НЕТ	@НЕТ

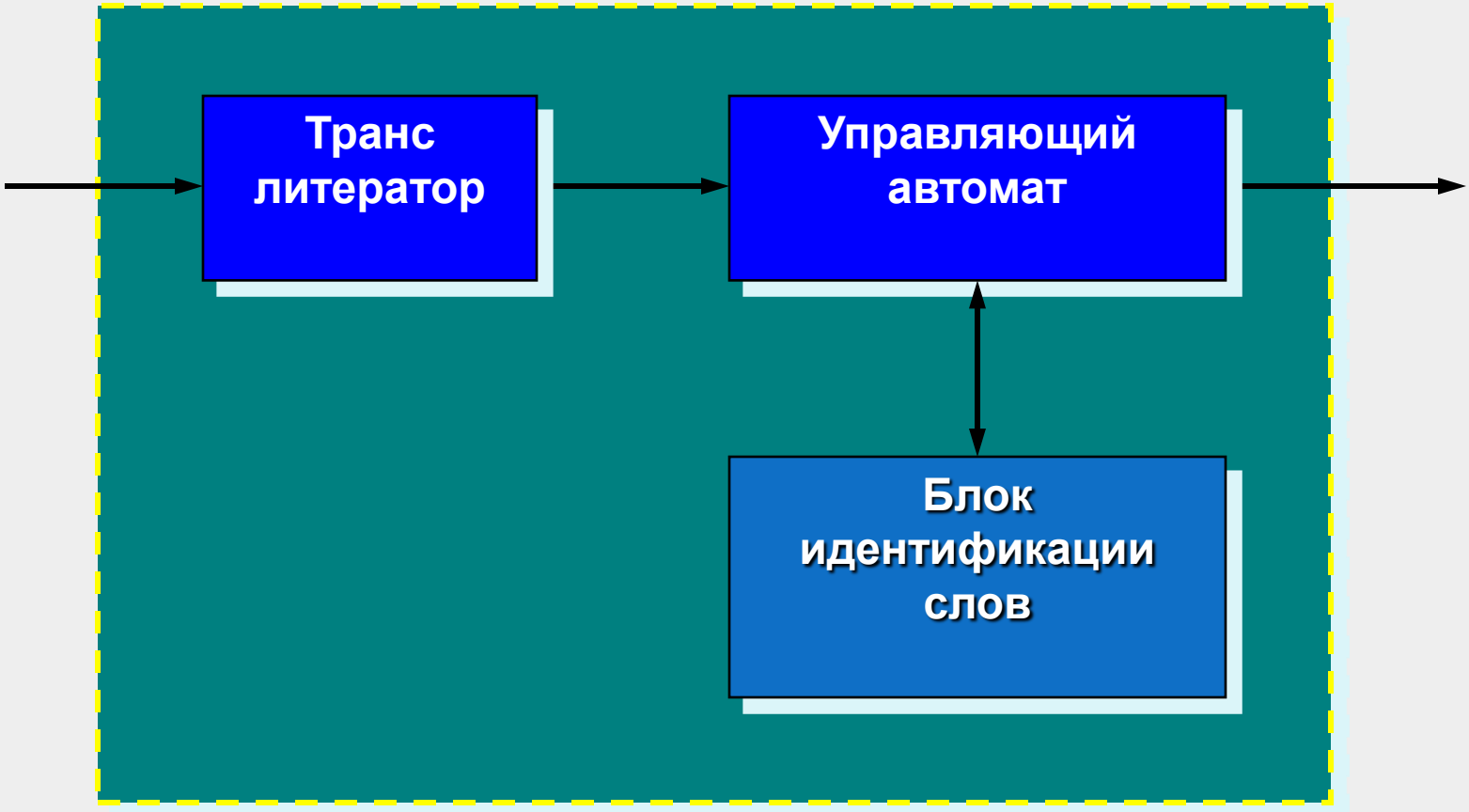
Список переходов для состояния A

1	4	6
@A1	@B3	@A6

Идентификация слов

- *Идентификация слов* – задано конечное множество слов (цепочек) во входном алфавите и входное слово. Нужно установить, какой элемент множества совпадает с входным словом, либо установить, что входное слово не принадлежит множеству.
- Идентификация ключевых слов языка программирования необходима при реализации лексического блока.

Схема структуры лексического блока



Методы идентификации слов

- Метод автомата
- Метод индексов
- Метод линейного списка
- Метод упорядоченного списка
- Метод расстановки (хеширование)

Метод автомата

- Множество состояний автомата, идентифицирующего слова, получается объединением следующих множеств:
  - множество всех префиксов множества слов (в том числе сами слова)
  - пустая цепочка ε

Пример идентифицирующего автомата

- Идентификация слов БАЗА, БАЗАР, БАР, БАС.

	А	*Б*	*З*	*Р*	*С*	–
ε		Б				
Б	БА					
БА			БАЗ	БАР	БАС	
БАР						«БАР»
БАС						«БАС»
БАЗ	БАЗА					
БАЗА				БАЗАР		«БАЗА»
БАЗАР						«БАЗАР»

- Пустые ячейки таблицы – вызов процедуры НЕТ.

Метод индексов

- Создается таблица, элементы которой – допустимые слова. Слово преобразуется в индекс, который является номером элемента таблицы.
- Пример: пусть в языке программирования
  <идентификатор>::=<буква><цифра>
  <буква>::=A | B | … | Z
  <цифра>::=0 | 1 | … | 9
  Тогда можно взять функцию индексирования
  Индекс(<идентификатор>)=*номер*(<буква>)+26*(*номер*(<цифра>)+1)
  Индекс(A)=1, Индекс(Z)=26, Индекс(A0)=27, Индекс(Z9)=286

Метод линейного списка

- Поиск входного слова в списке допустимых слов методом линейного поиска.
- Низкая эффективность метода при большом размере списка слов: в среднем требуется $(N+1)/2$ операций сравнения, где N – размер списка.
- Простота расширения списка допустимых слов.

Метод упорядоченного списка

- Поиск входного слова в *упорядоченном* списке допустимых слов методом бинарного поиска.
- Более высокая эффективность: в среднем требуется $1+\log_2 N$ операций сравнения.
- Трудность расширения списка допустимых слов.

Метод расстановки (хеширование)

- Индекс входного слова является номером элемента таблицы, в котором хранится список слов, индекс которых совпадает с индексом входного слова.
- Методы вычисления индекса:
  - По первым *k* символам слова, 1≤*k*≤длина_слова
  - *Рандомизация* – индекс вычисляется с помощью двоичного кода входного слова (сцепление двоичных кодов номеров символов слова), например:
    - индекс – остаток от деления двоичного кода слова на простое число
    - индекс – средние двоичные разряды от квадрата двоичного кода
- Методы поиска значения индекса с возможной вставкой в таблицу – см.
  Кнут Д.Э. Искусство программирования, т. 3. Сортировка и поиск, 2-е изд. М.: Изд. дом "Вильямс", 2000. 832 с.