

НЕКОТОРЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

**Лекция курса «Конечно-элементное
моделирование с использованием
распределенных вычислений»**

Постановка задачи и планирование этапов решения

- Цели исследования
- Выбор адекватной математической модели
- Определение существенных и несущественных деталей
- Выбор программного инструментария
- Выбор типов конечных элементов
- Выбор типов и опций анализа
- Определение стратегий построения твердотельной и конечно-элементной моделей

Выбор адекватной математической модели

- Какая предметная область будет использоваться ?
- Пространственные, плоские, осесимметричные, оболочечные или одномерные модели уравнений ?
- Есть ли симметрия в задаче ?
- Как промоделировать граничные условия ?
- Что известно об особенностях решений в некоторых частях модели ?
- Стационарная или динамическая задача ?
- Что нужно в итоге получить ?

Постановка задачи и планирование этапов решения

- Цели исследования
- Выбор адекватной математической модели
- **Определение существенных и несущественных деталей**
- Выбор программного инструментария
- Выбор типов конечных элементов
- Выбор типов и опций анализа
- Определение стратегий построения твердотельной и конечно-элементной моделей

Определение существенных и несущественных деталей

- Если импортируется CAD модель, то какие ее части существенны
- Принцип Сен-Венана для задания нагрузок
- Какими мелкими участками модели можно пренебречь
- Жесткие или деформируемые части модели
- Какие поля результирующих функций ожидаются и где изменения результирующих функций существенны

Постановка задачи и планирование этапов решения

- Цели исследования
- Выбор адекватной математической модели
- Определение существенных и несущественных деталей
- Выбор программного инструментария
- Выбор типов конечных элементов
- Выбор типов и опций анализа
- Определение стратегий построения твердотельной и конечно-элементной моделей

Выбор типов конечных элементов (на примере ANSYS)

- **Элементы MASS, LINK, BEAM, PIPE, PLANE, SOLID, SHELL, FLUID, CIRCU, CONTAC, TARGET и др.**
- **Проблемы сопряжения элементов с перемещениями и с перемещениями и углами поворотов**
- **Проблемы использования линейных и квадратичных элементов**
- **Проблемы передачи нагрузок квадратичными элементами**
- **Проблемы неоднородного распределения масс в квадратичных элементах при динамических расчетах**
- **Согласование линейных и квадратичных элементов, удаление промежуточных узлов в нужных ситуациях**

Постановка задачи и планирование этапов решения

- Цели исследования
- Выбор адекватной математической модели
- Определение существенных и несущественных деталей
- Выбор программного инструментария
- Выбор типов конечных элементов
- **Выбор типов и опций анализа**
- Определение стратегий построения твердотельной и конечно-элементной моделей

Выбор типов и опций анализа

- Статический или динамический анализ
- «Шаги» решения
- Выбор решателей
- Определение опций решателей
- Какие требования по контролю сходимости
- Какие результаты нужно сохранять для постпроцессорной обработки

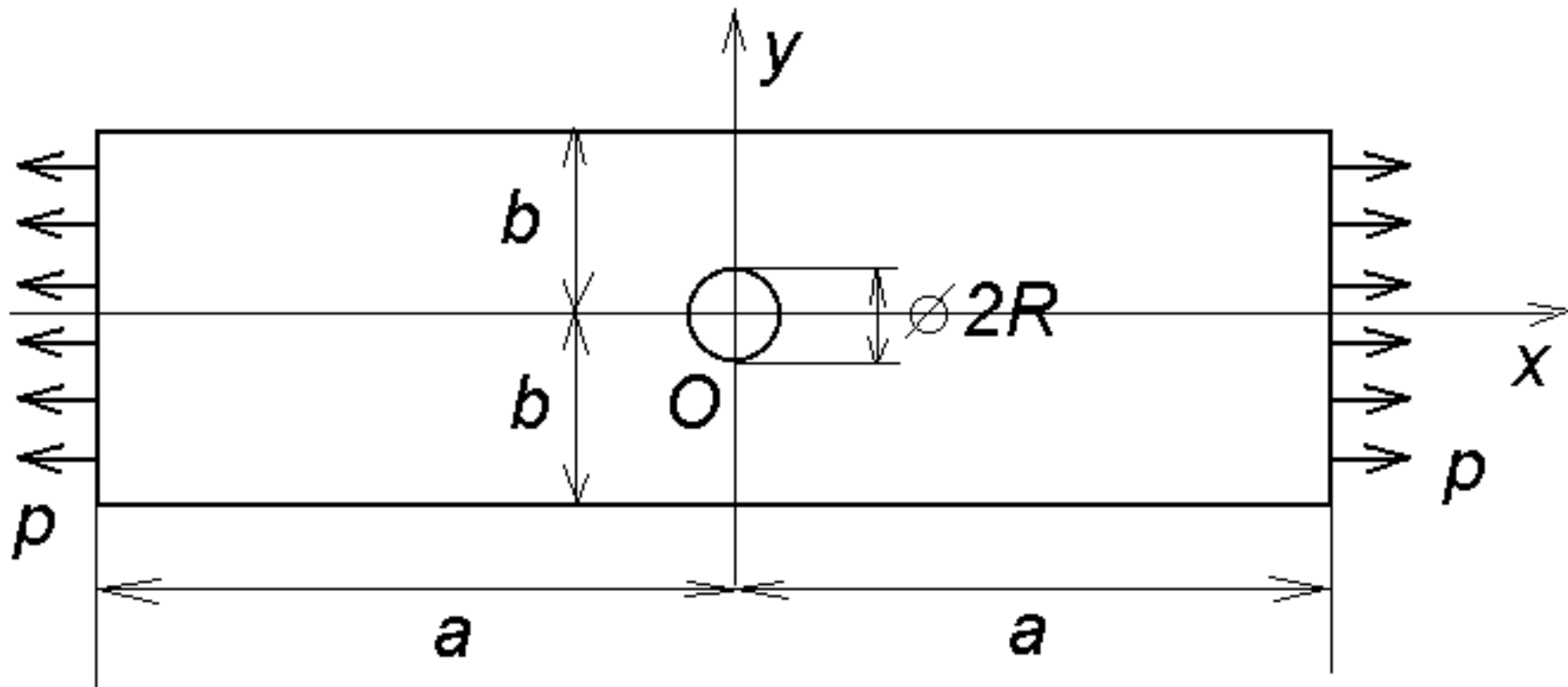
Постановка задачи и планирование этапов решения

- Цели исследования
- Выбор адекватной математической модели
- Определение существенных и несущественных деталей
- Выбор программного инструментария
- Выбор типов конечных элементов
- Выбор типов и опций анализа
- Определение стратегий построения твердотельной и конечно-элементной моделей

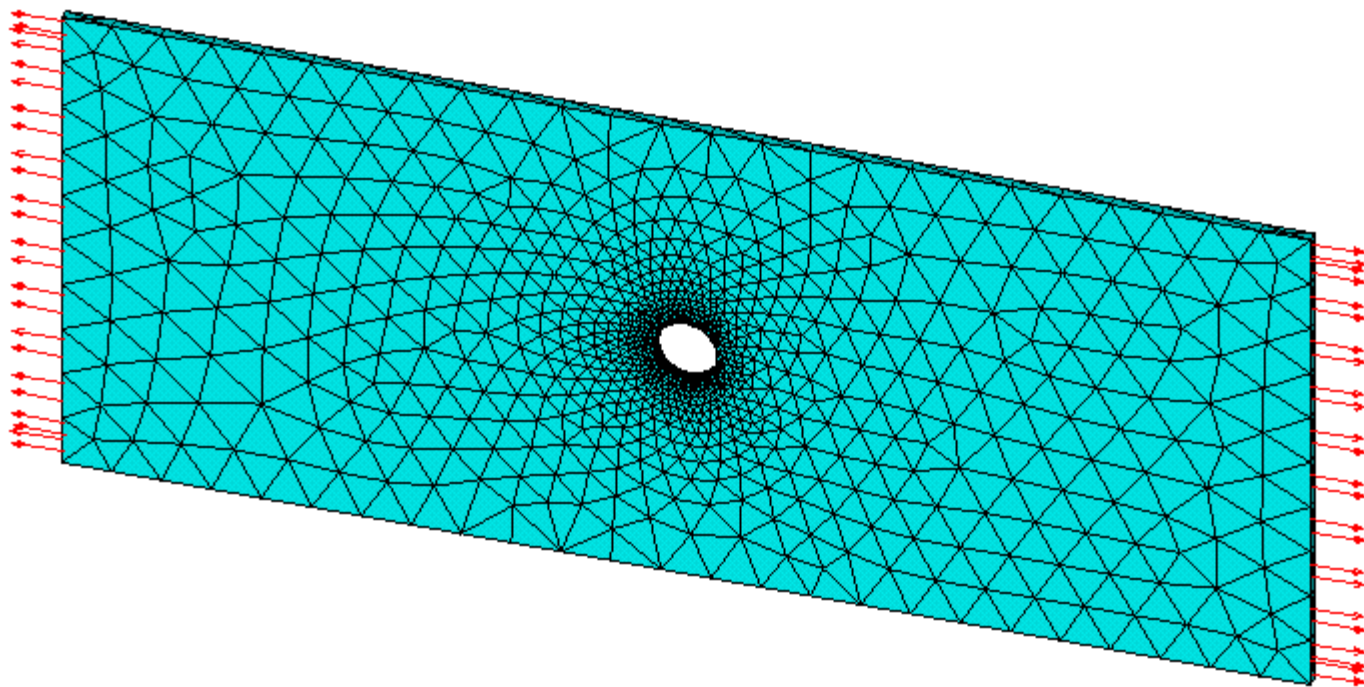
Определение стратегий построения твердотельной и конечно-элементной моделей

- **Нужно ли построение твердотельной модели**
- **Какие области модели нужно дополнительно выделить**
- **Где нужно сгустить сетку**
- **Нужно ли каноническое разбиение в части области. Как обеспечить построение канонических разбиений**
- **Какие средства автоматизации построения сетки планируется использовать**
- **Нужна ли модификация конечно-элементной сетки и как ее организовать**
- **Использовать ли метод подмоделирования**

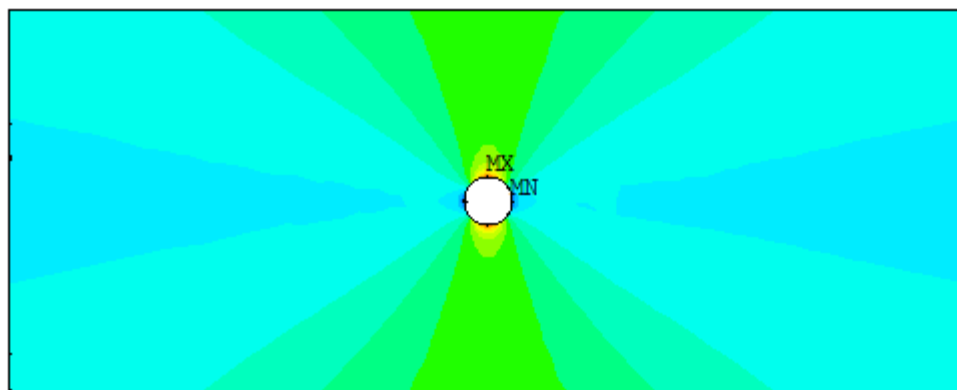
Пример 1. Задача Кирша. Растяжение упругой пластинки с круговым отверстием



Задача Кирша. Вся пластинка. 3D. Элементы SOLID92 - тетраэдры. КЭ сетка. 14241 узла с 3 степенями свободы



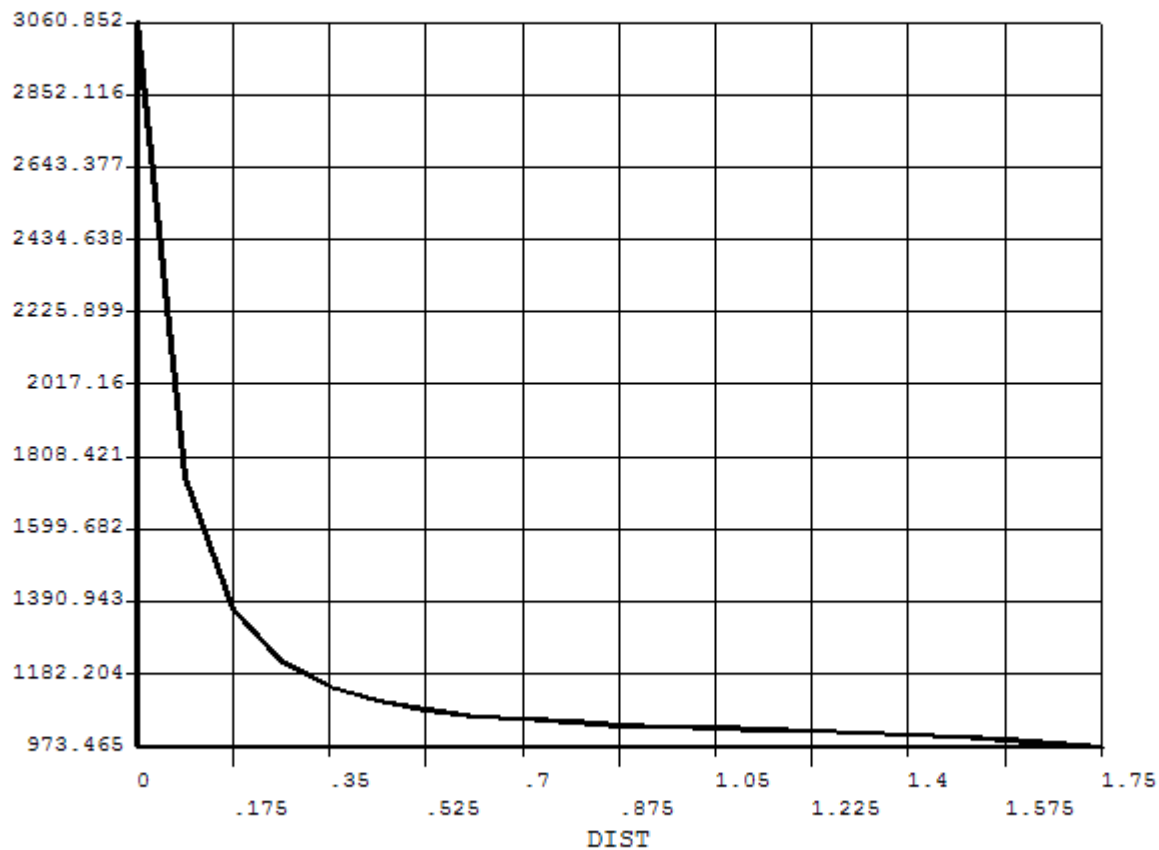
Задача Кирша. Вся пластинка. 3D. Элементы SOLID92 - тетраэдры. Окружные напряжения



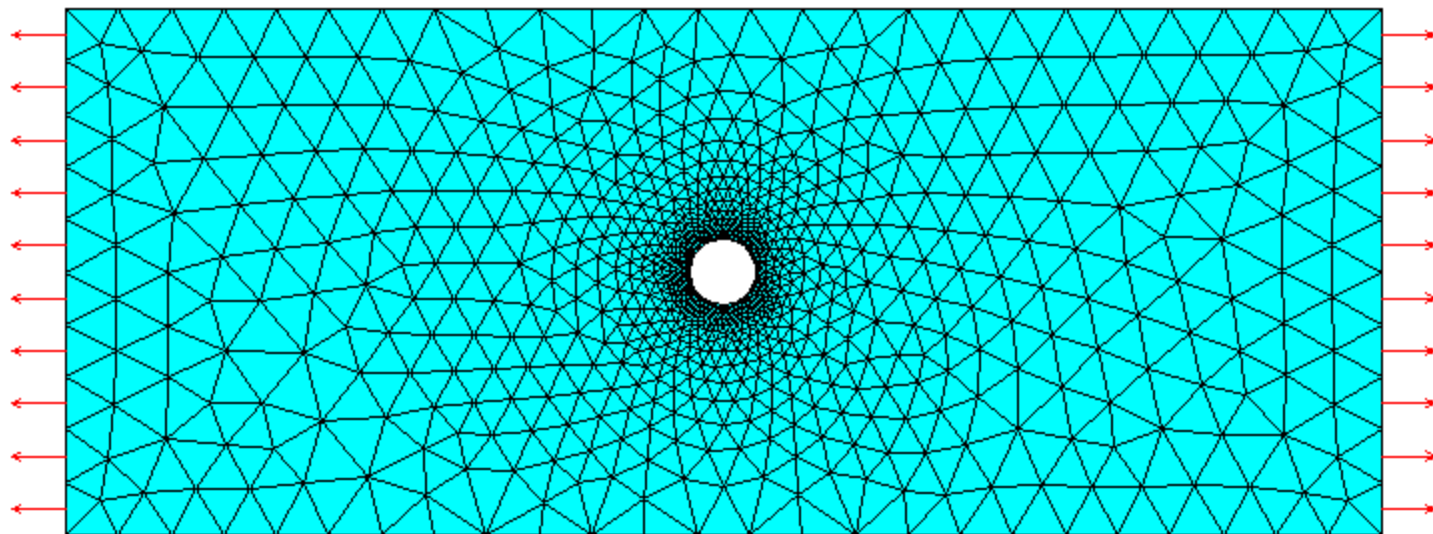
ANSYS 11.0
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
SY (AVG)
RSYS=1
PowerGraphics
EFACET=1
AVRES=Mat
DMX =.005416
SMN =-1086
SMX =3101

Blue	-1086
Dark Blue	-806.56
Light Blue	-527.461
Lighter Blue	-248.363
Cyan	30.736
Light Green	309.835
Green	588.934
Light Green	868.033
Yellow-Green	1147
Yellow	1426
Yellow	1705
Yellow	1984
Yellow	2264
Orange	2543
Orange	2822
Red	3101

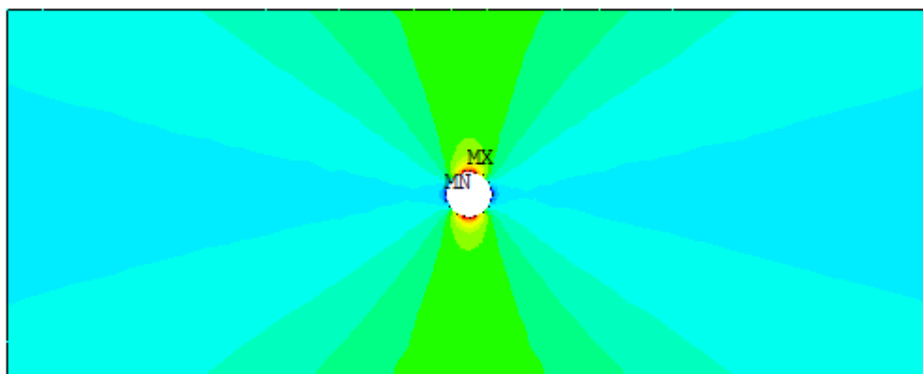
Задача Кирша. Вся пластинка. 3D. Элементы SOLID92 - тетраэдры. Окружные напряжения вдоль пути (Z=0)



















Задача Кирша. Вся пластинка. Плоское напряженное состояние. Элементы PLANE82 с треугольной опцией. КЭ сетка. 3434 узла с 2 степенями свободы



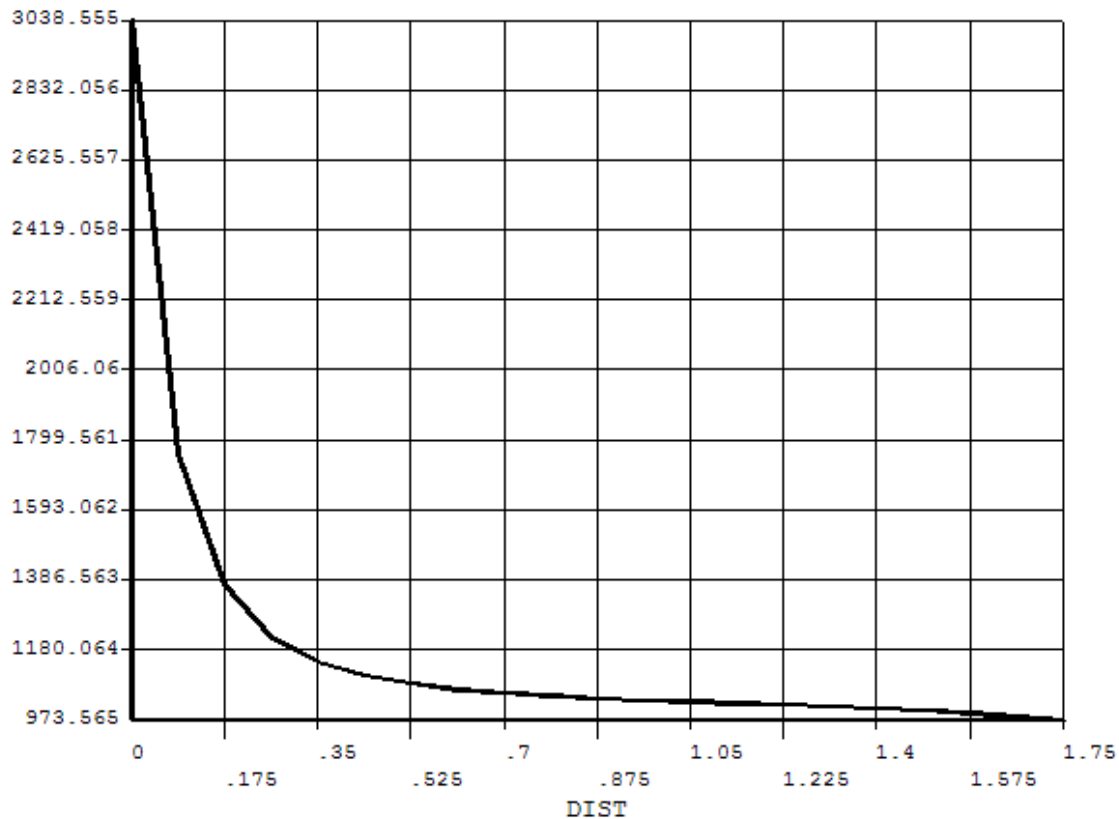
Задача Кирша. Вся пластинка. Плоское напряженное состояние. Элементы PLANE82 с треугольной опцией. Окружные напряжения



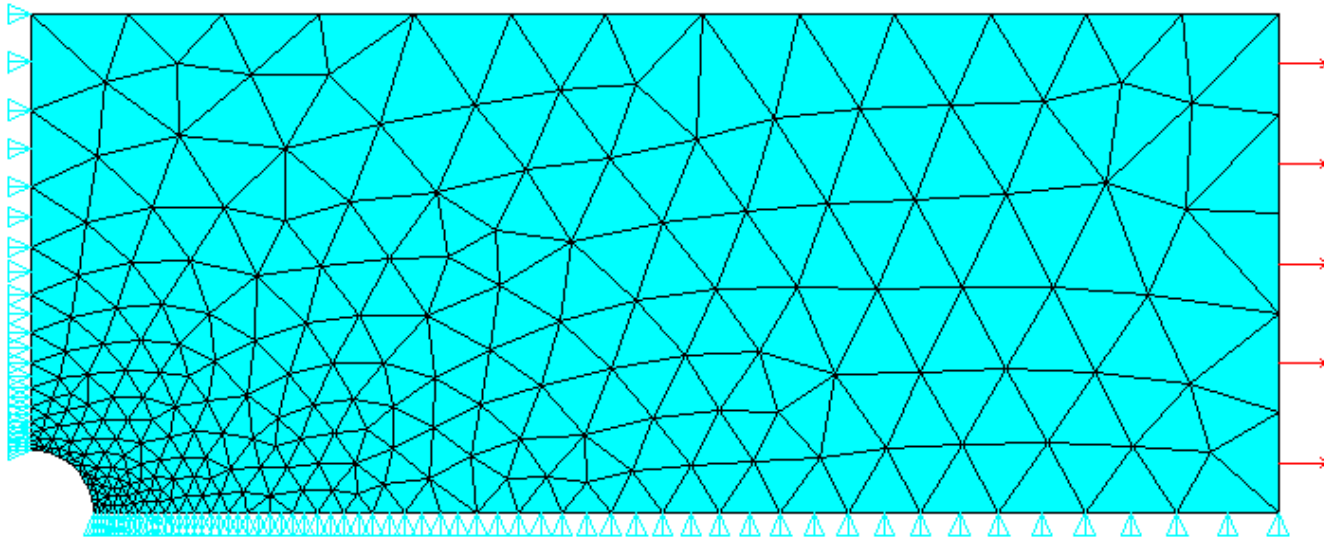
```
ANSYS 11.0
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
SY      (AVG)
RSYS=1
PowerGraphics
EFACET=1
AVRES=Mat
DMX =.002576
SMN =-1032
SMX =3039
```

	-1032
	-760.533
	-489.169
	-217.806
	53.557
	324.921
	596.284
	867.648
	1139
	1410
	1682
	1953
	2224
	2496
	2767
	3039

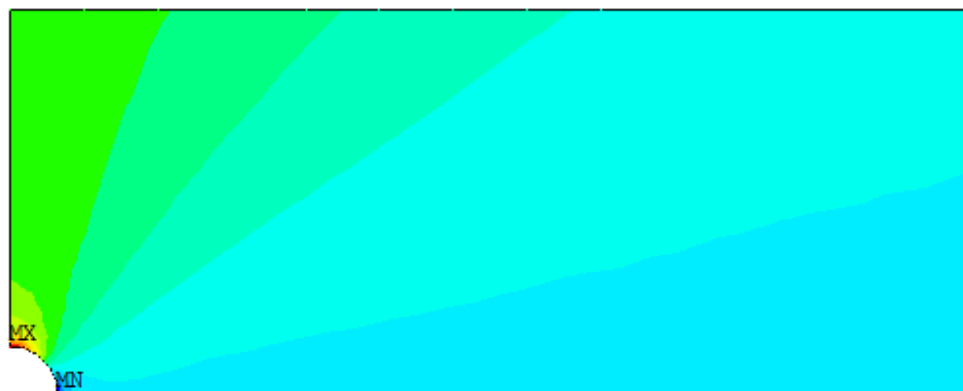
Задача Кирша. Вся пластинка. Плоское напряженное состояние. PLANE82 с треугольной опцией. Окружные напряжения вдоль пути



Задача Кирша. Четверть пластинки. Плоское напряженное состояние. Элементы PLANE82 с треугольной опцией. КЭ сетка. 1026 узла (2 степени свободы)

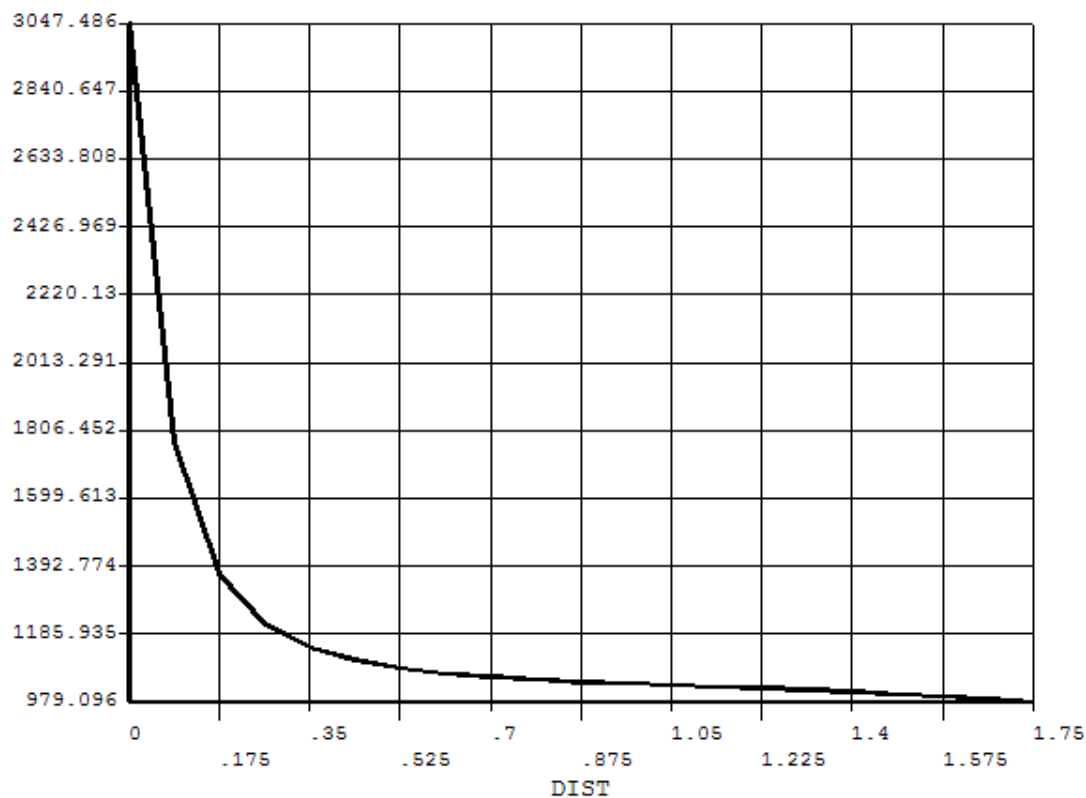


Задача Кирша. Четверть пластинки. Плоское напряженное состояние. Элементы PLANE82 с треугольной опцией. Окружные напряжения

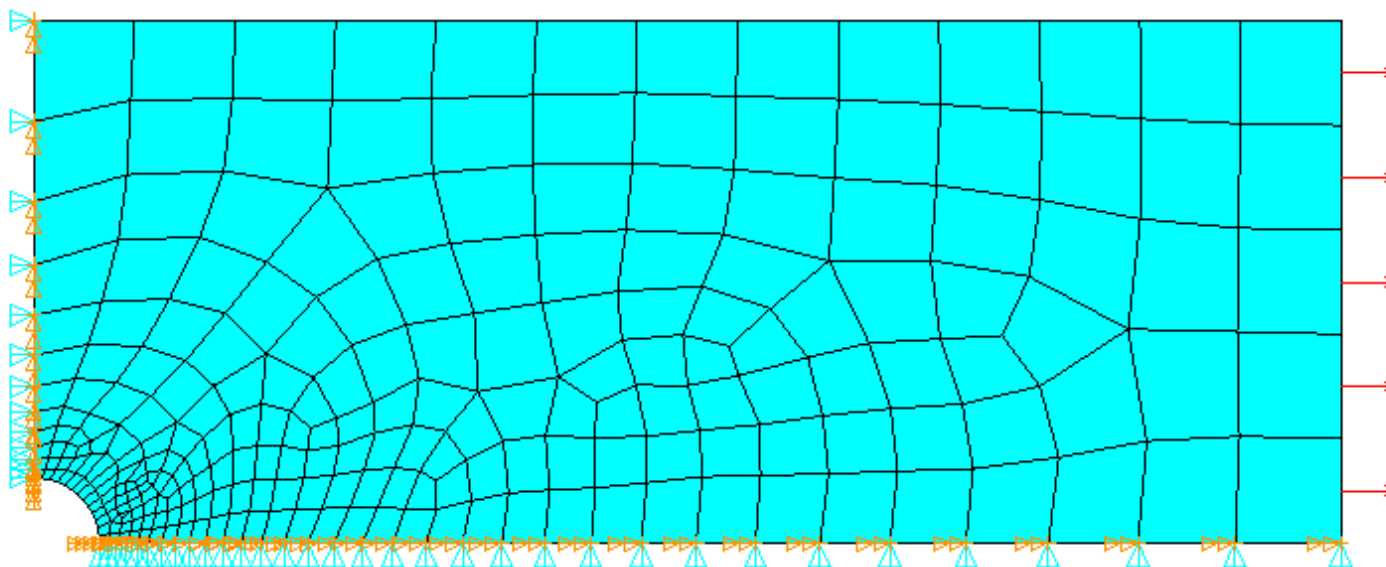


```
ANSYS 11.0  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
SY      (AVG)  
RSYS=1  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
DMX =.002555  
SMN =-1037  
SMX =3047  
-1037  
-764.89  
-492.578  
-220.265  
52.048  
324.36  
596.673  
868.986  
1141  
1414  
1686  
1958  
2231  
2503  
2775  
3047
```

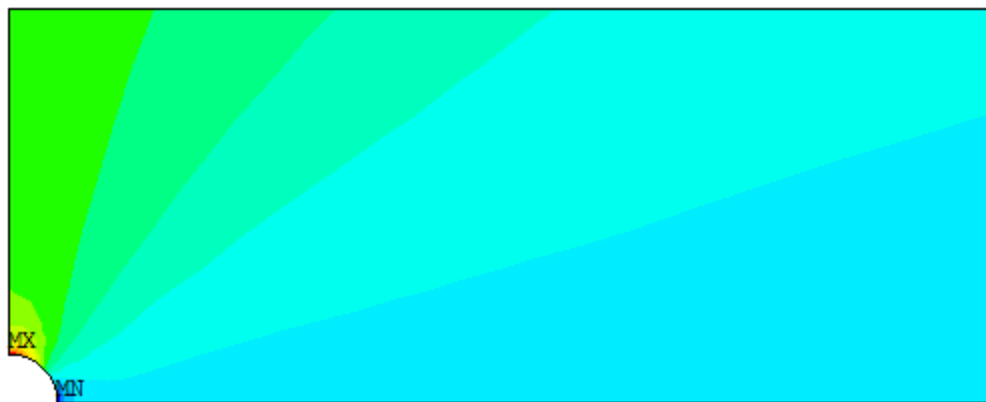
Задача Кирша. Четверть пластинки. Плоское напряженное состояние. PLANE82 с треугольной опцией. Окружные напряжения вдоль пути



Задача Кирша. 1/4 пластинки. Оболочочные элементы SHELL63 с 4 узлами. КЭ сетка. 275 узла (6 степеней свободы)



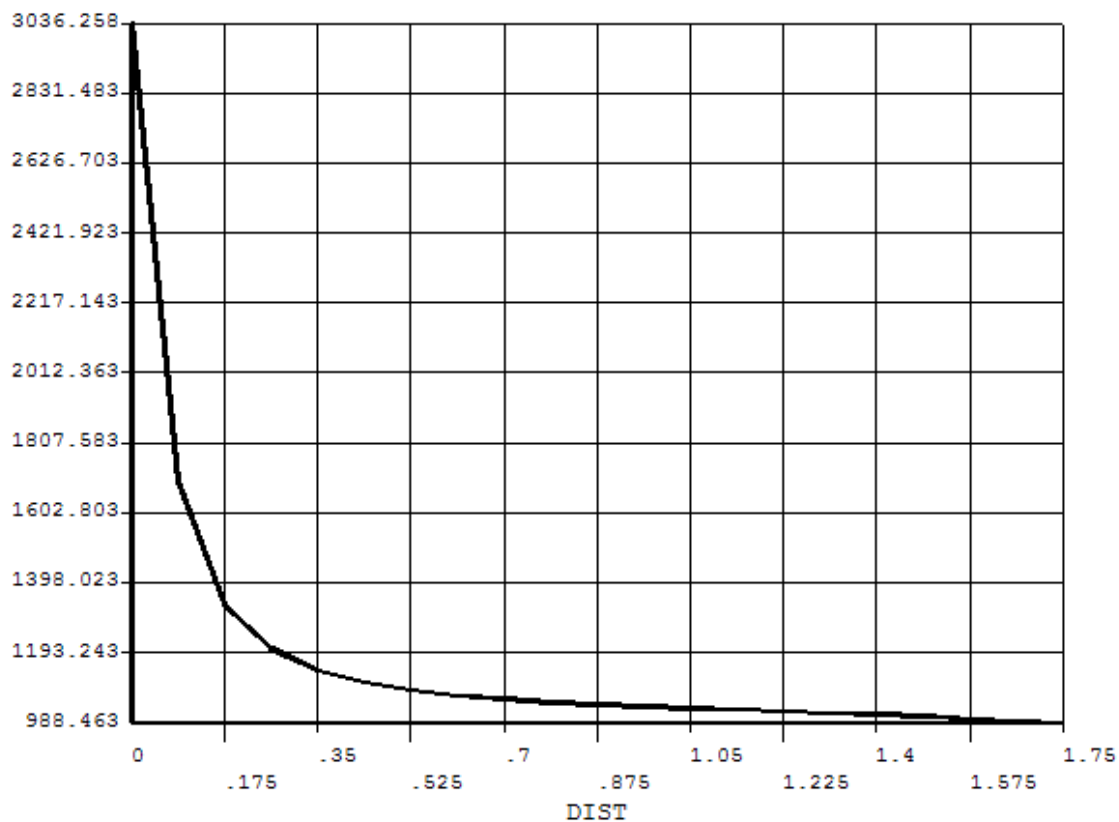
Задача Кирша. 1/4 пластинки. Оболочечные элементы SHELL63 с 4 узлами. Окружные напряжения



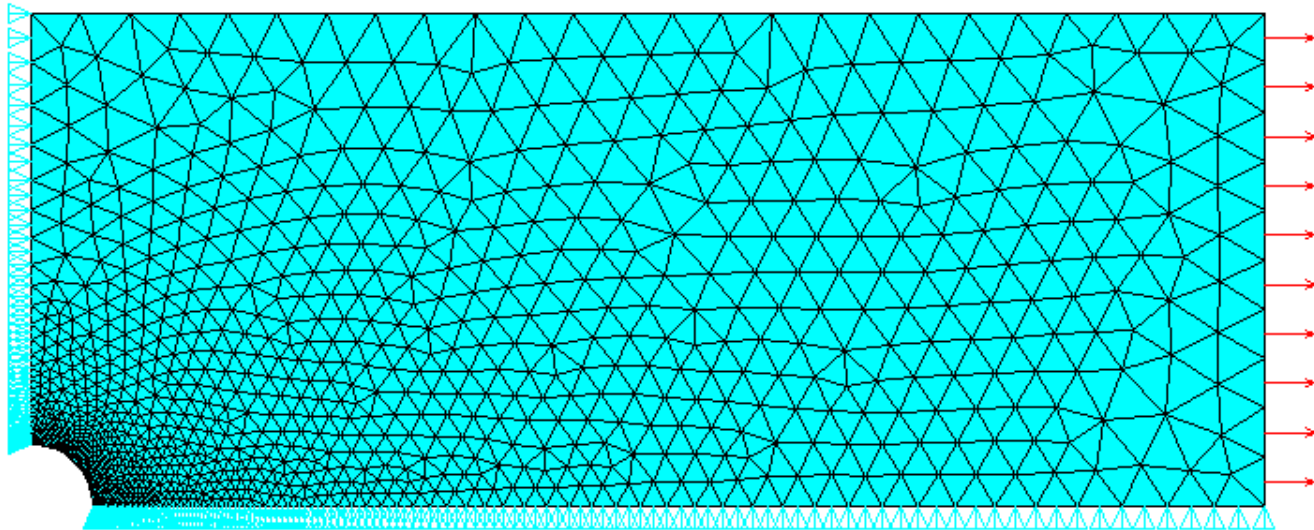
ANSYS 11.0
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
SY (AVG)
RSYS=1
PowerGraphics
EFACET=1
AVRES=Mat
DMX =.002554
SMN =-994.227
SMX =3036

■	-994.227
■	-725.528
■	-456.829
■	-188.13
■	80.569
■	349.268
■	617.967
■	886.666
■	1155
■	1424
■	1693
■	1961
■	2230
■	2499
■	2768
■	3036

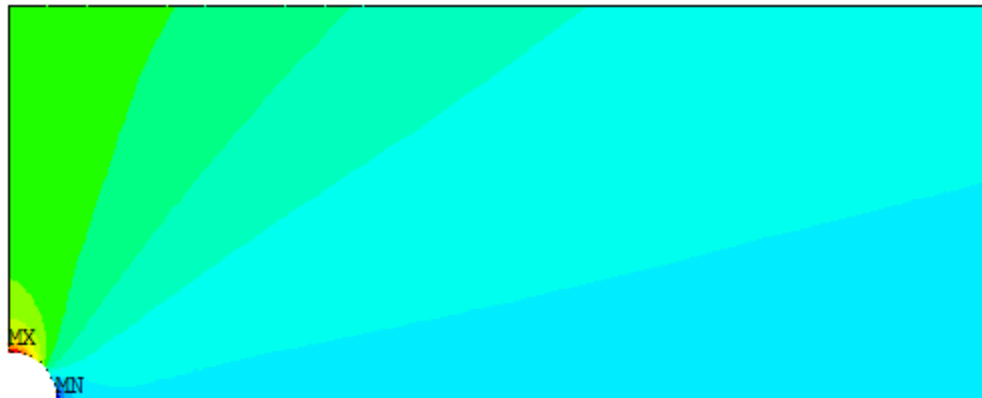
Задача Кирша. 1/4 пластинки. Оболочочные элементы SHELL63 с 4 узлами. Окружные напряжения вдоль пути



Задача Кирша. Четверть пластинки. Плоское напряженное состояние. Элементы PLANE82 с треугольной опцией. Более мелкая КЭ сетка. 3888 узла (2 степени свободы)



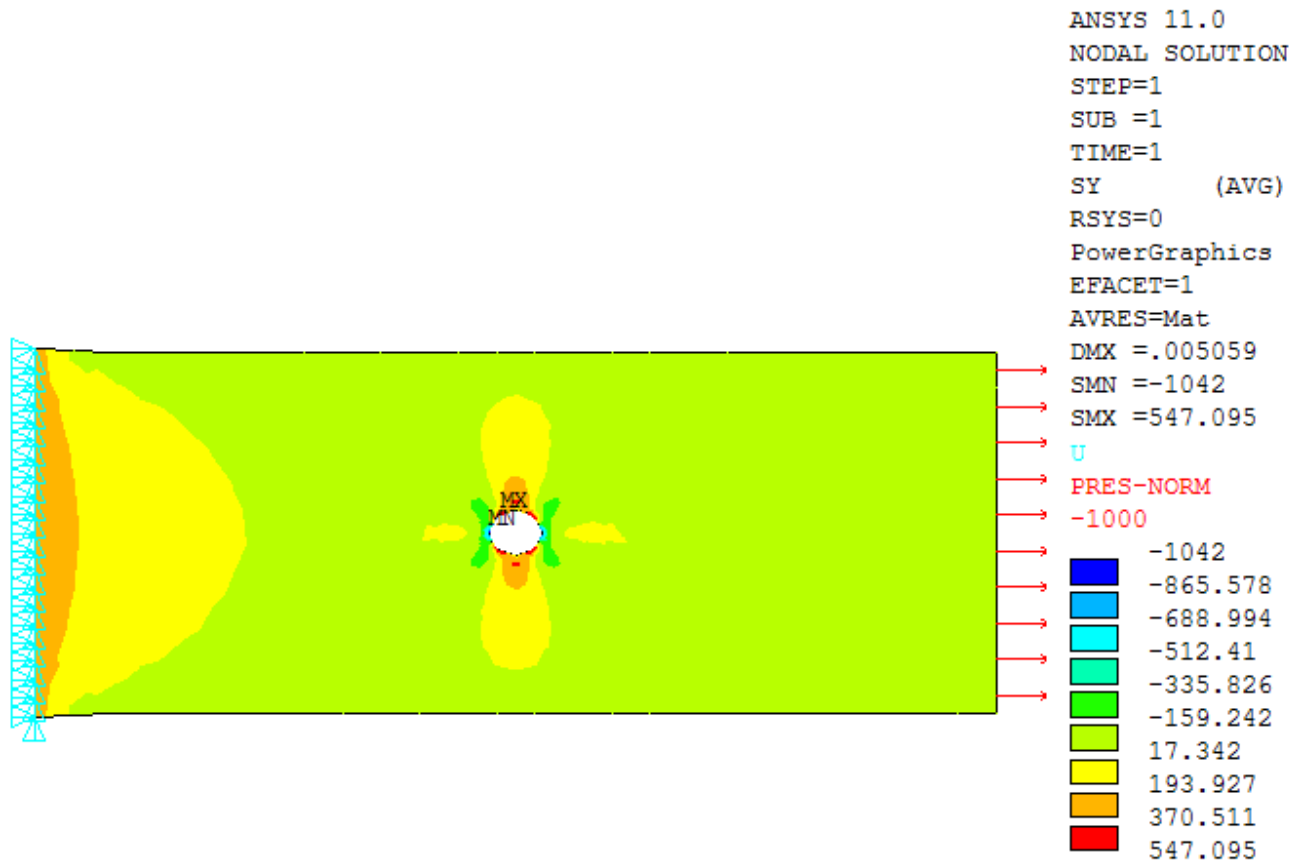
Задача Кирша. Четверть пластинки. Плоское напряженное состояние. Элементы PLANE82 с треугольной опцией. 3888 узла. Окружные напряжения



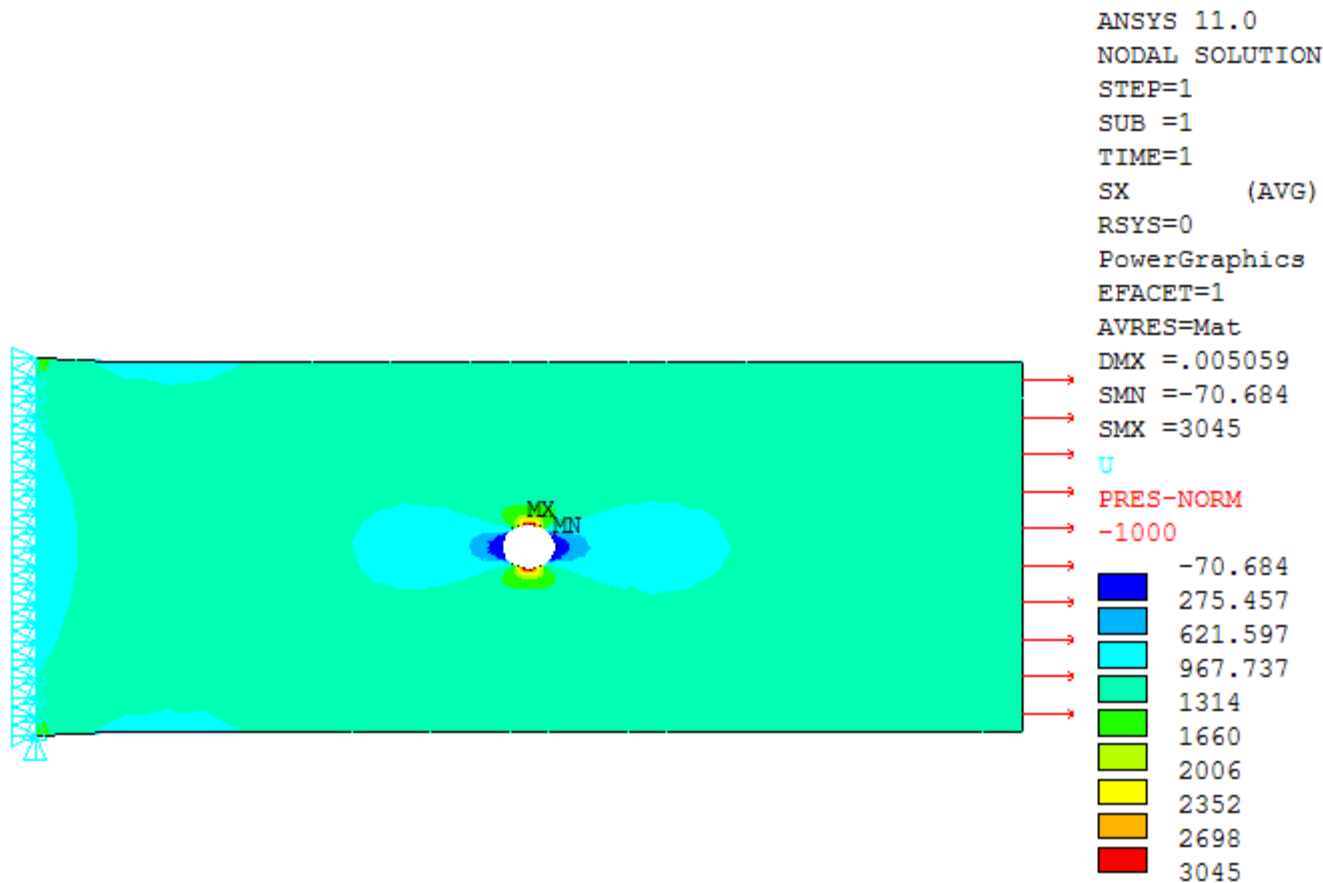
```
ANSYS 11.0  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
SY (AVG)  
RSYS=1  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
DMX =.002555  
SMN =-1045  
SMX =3054
```

-1045
-771.685
-498.41
-225.134
48.141
321.417
594.693
867.968
1141
1415
1688
1961
2234
2508
2781
3054

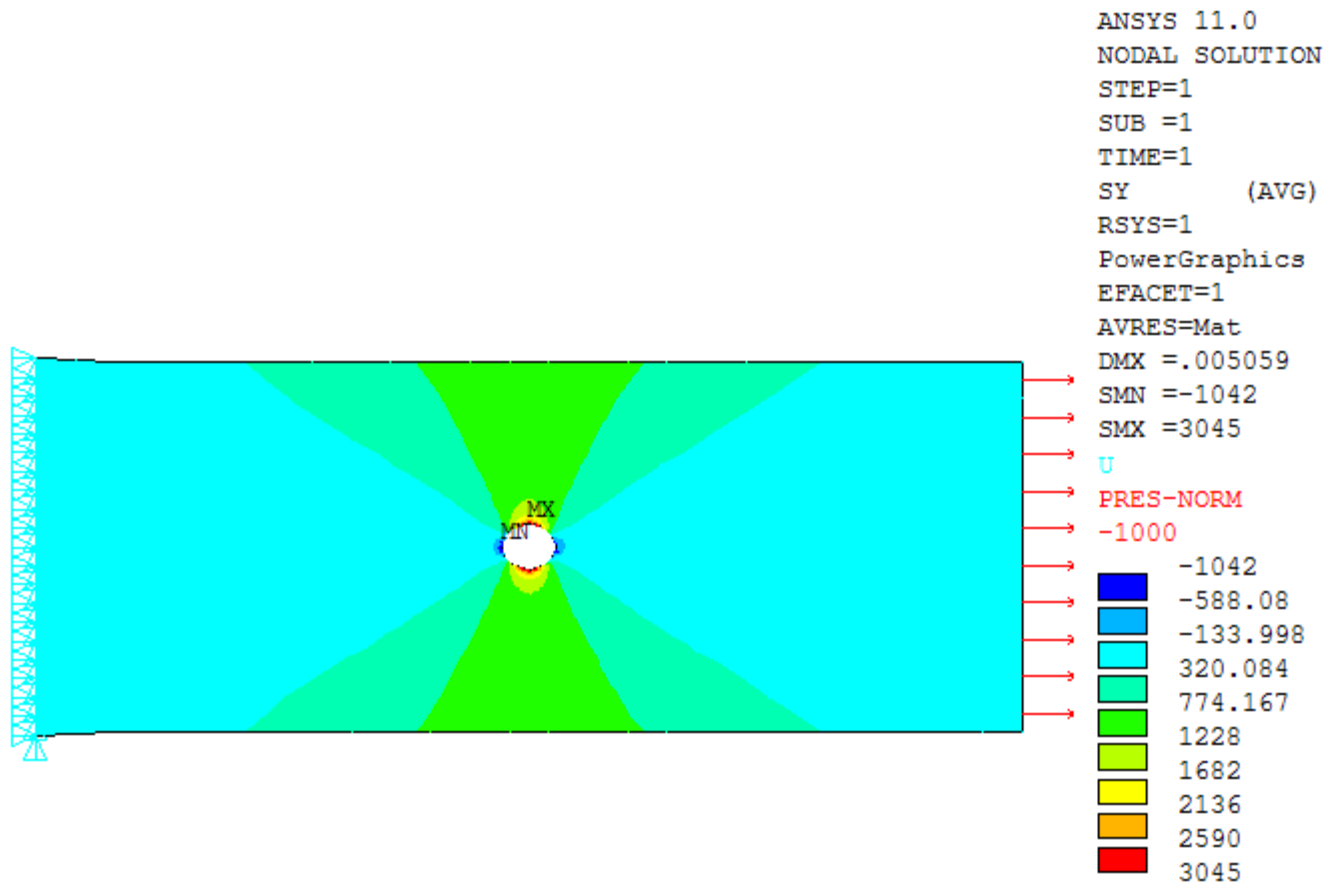
Задача Кирша. Вся пластинка. Плоское напряженное состояние. Элементы PLANE82 с треугольной опцией. Жесткая заделка слева. Напряжения σ_{yy}



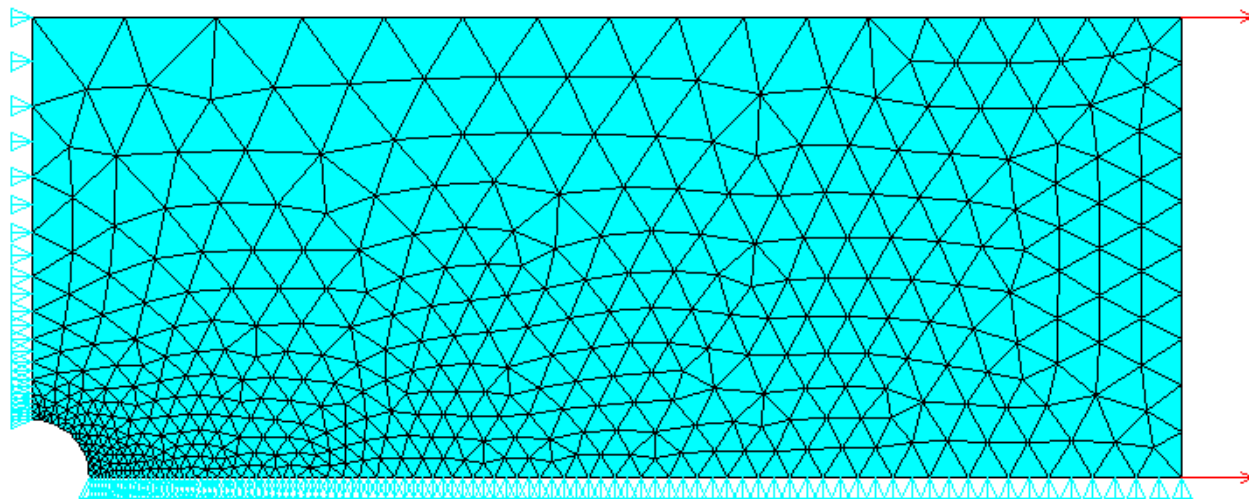
Задача Кирша. Вся пластинка. Плоское напряженное состояние. Элементы PLANE82 с треугольной опцией. Жесткая заделка слева. Напряжения σ_{xx}



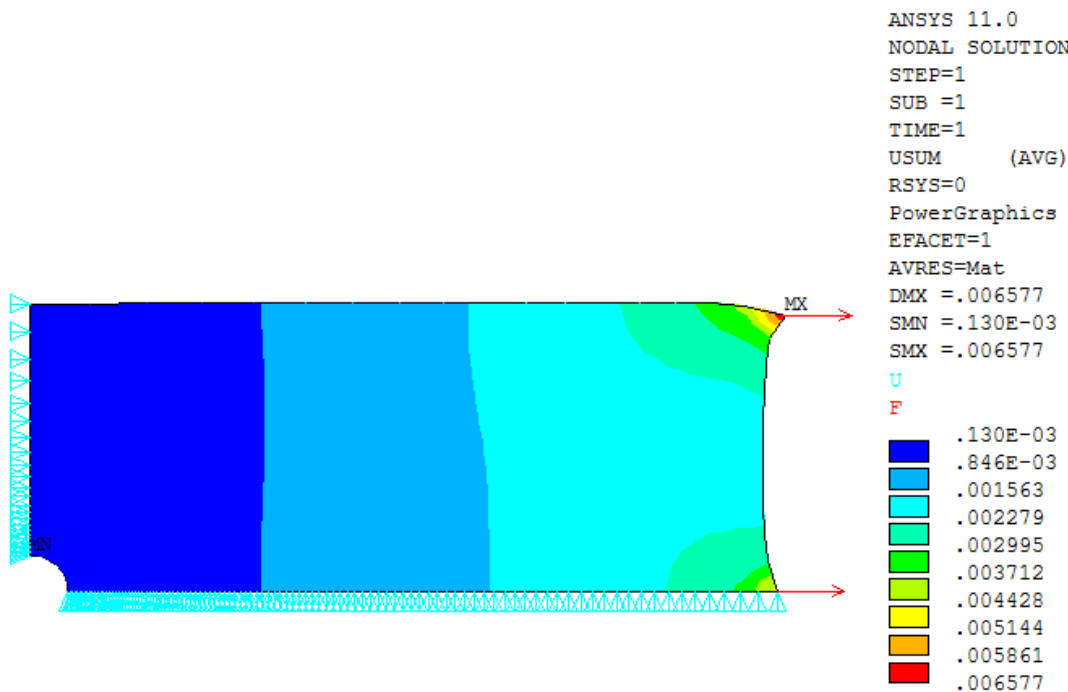
Задача Кирша. Вся пластинка. Плоское напряженное состояние. Элементы PLANE82 с треугольной опцией. Жесткая заделка слева. Окружные напряжения



Задача Кирша. 1/4 пластинки. Плоское напряженное состояние. КЭ PLANE82 с треугольной опцией.
Растяжение сосредоточенными силами. 1901 узел (2 степени свободы). Сгущение B/10 около узлов с силами

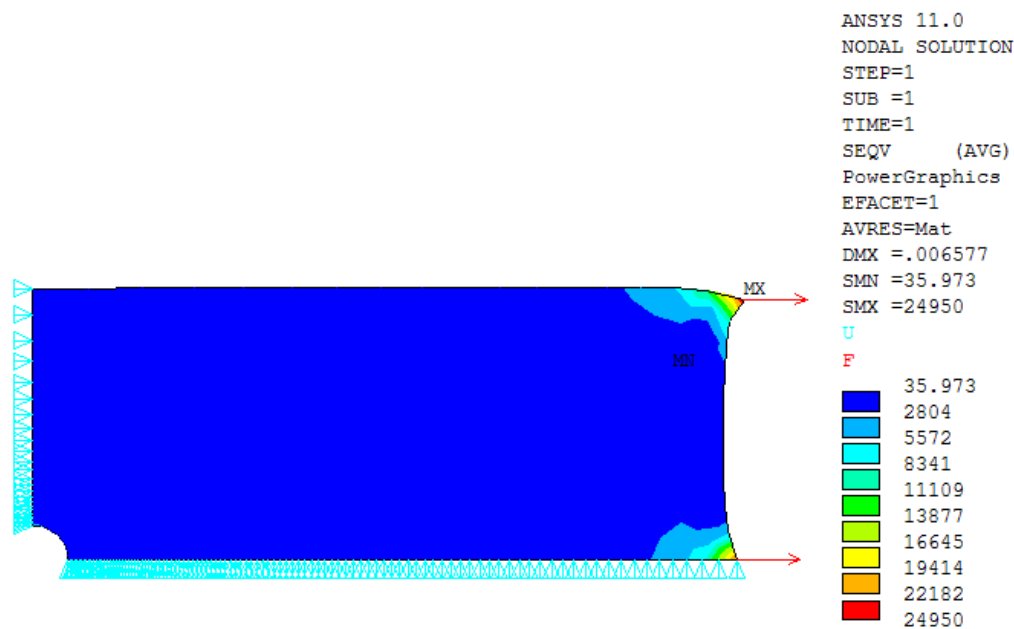


Задача Кирша. 1/4 пластинки. Плоское напряженное состояние. КЭ PLANE82 с треугольной опцией.
Растяжение сосредоточенными силами. Сгущение В/10 около узлов с силами. Модуль перемещений.



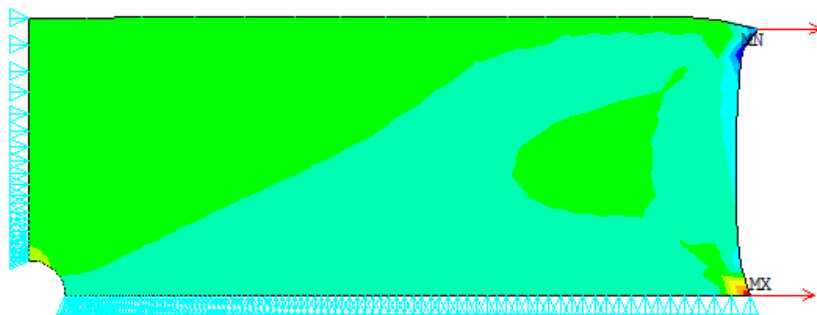
При сгущении В/10 $|\mathbf{U}|_{\max}=0.006577$

Задача Кирша. 1/4 пластинки. Плоское напряженное состояние. КЭ PLANE82 с треугольной опцией.
Растяжение сосредоточенными силами. Сгущение В/10 около узлов с силами. Напряжения по Мизесу.



При сгущении В/10 $|\sigma_{\text{eqv}}|_{\text{max}}=24950$

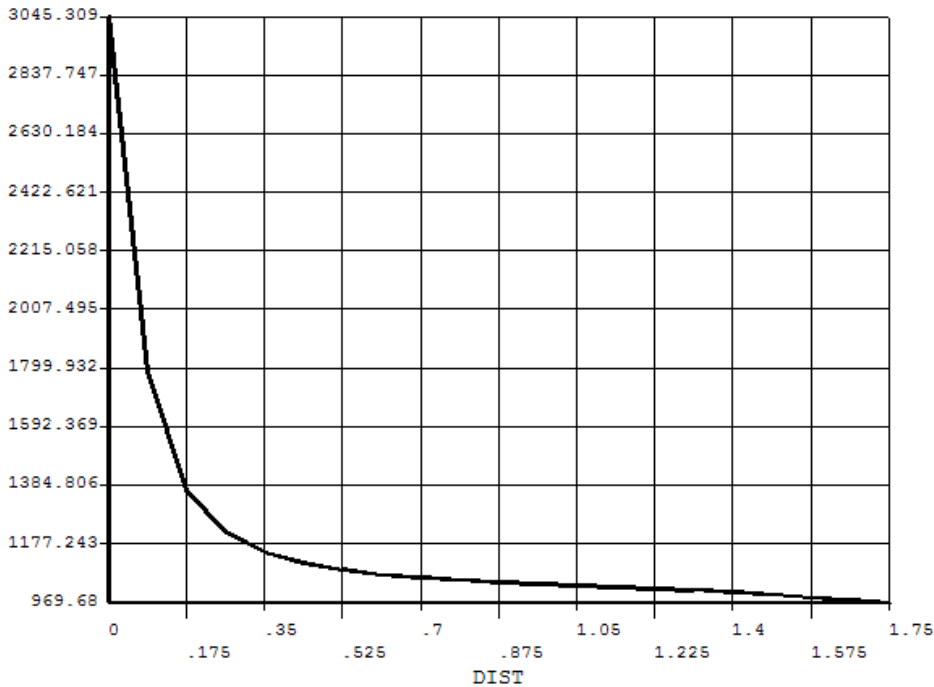
Задача Кирша. 1/4 пластинки. Плоское напряженное состояние. КЭ PLANE82 с треугольной опцией.
Растяжение сосредоточенными силами. Сгущение В/10 около узлов с силами. Окружные напряжения



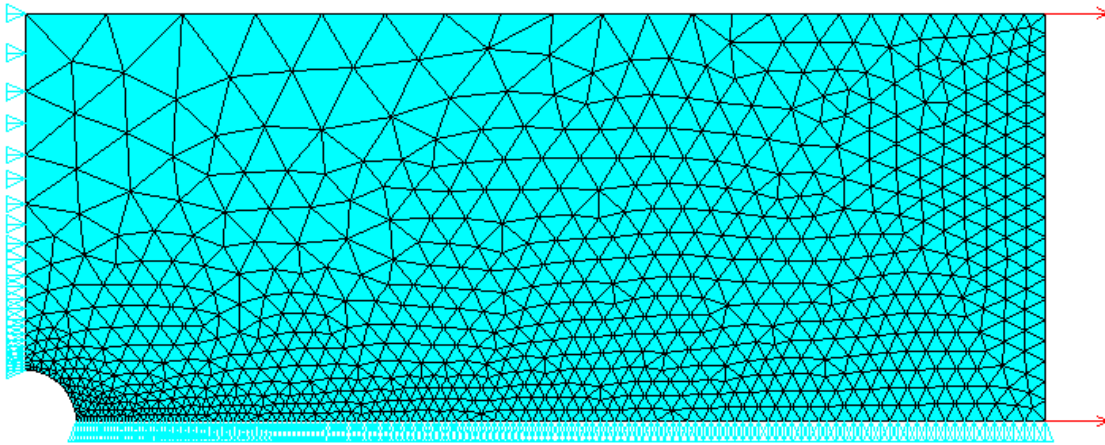
```
ANSYS 11.0
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
SY (AVG)
RSYS=1
PowerGraphics
EFACET=1
AVRES=Mat
DMX =.006577
SMN =-5724
SMX =7586
U
F
-5724
-4245
-2766
-1287
191.455
1670
3149
4628
6107
7586
```

Задача Кирша. 1/4 пластинки. Плоское напряженное состояние. КЭ PLANE82 с треугольной опцией.

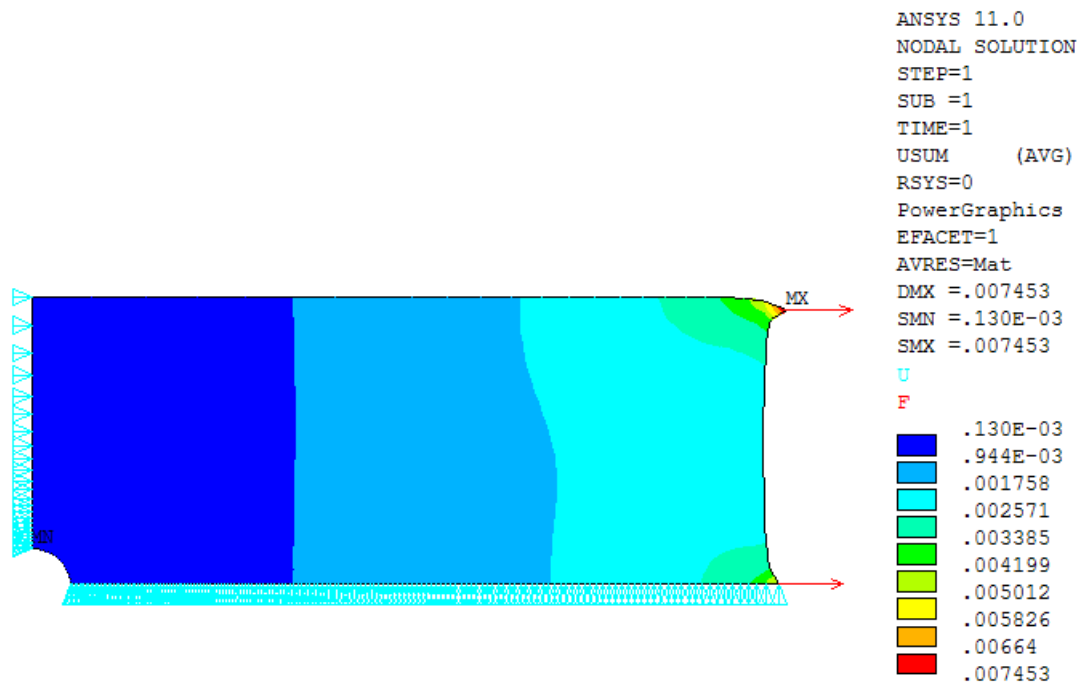
Растяжение сосредоточенными силами. Сгущение В/10 около узлов с силами. Окружные напряжения вдоль пути



Задача Кирша. 1/4 пластинки. Плоское напряженное состояние. КЭ PLANE82 с треугольной опцией.
Растяжение сосредоточенными силами. 3525 узел (2 степени свободы). Сгущение B/20 около узлов с силами

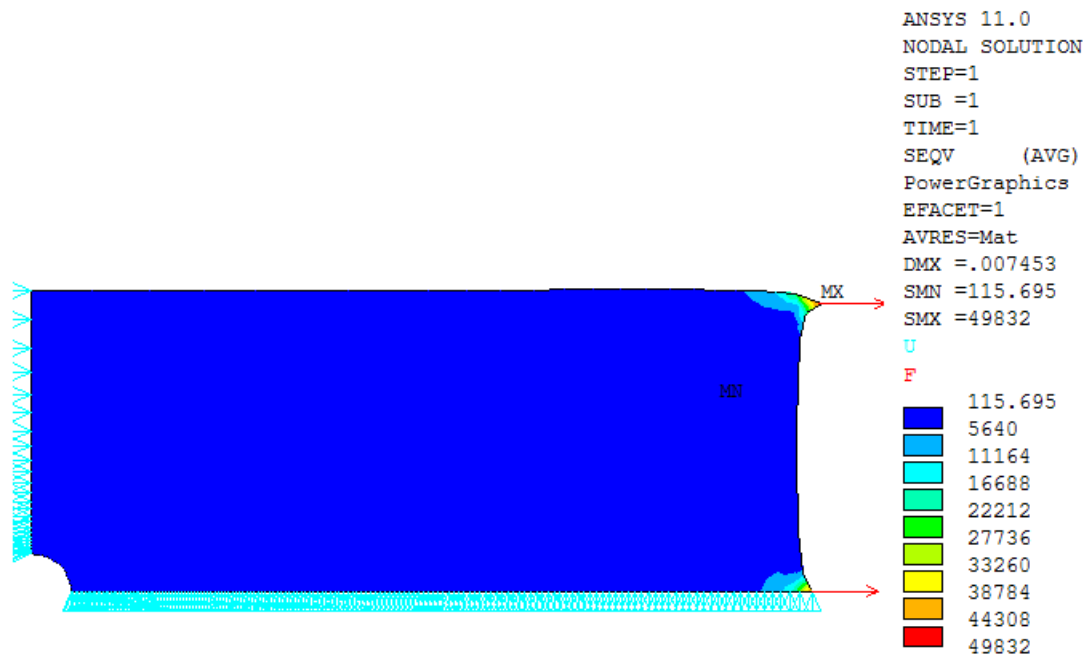


Задача Кирша. 1/4 пластинки. Плоское напряженное состояние. КЭ PLANE82 с треугольной опцией.
Растяжение сосредоточенными силами. Сгущение В/20 около узлов с силами. Модуль перемещений.



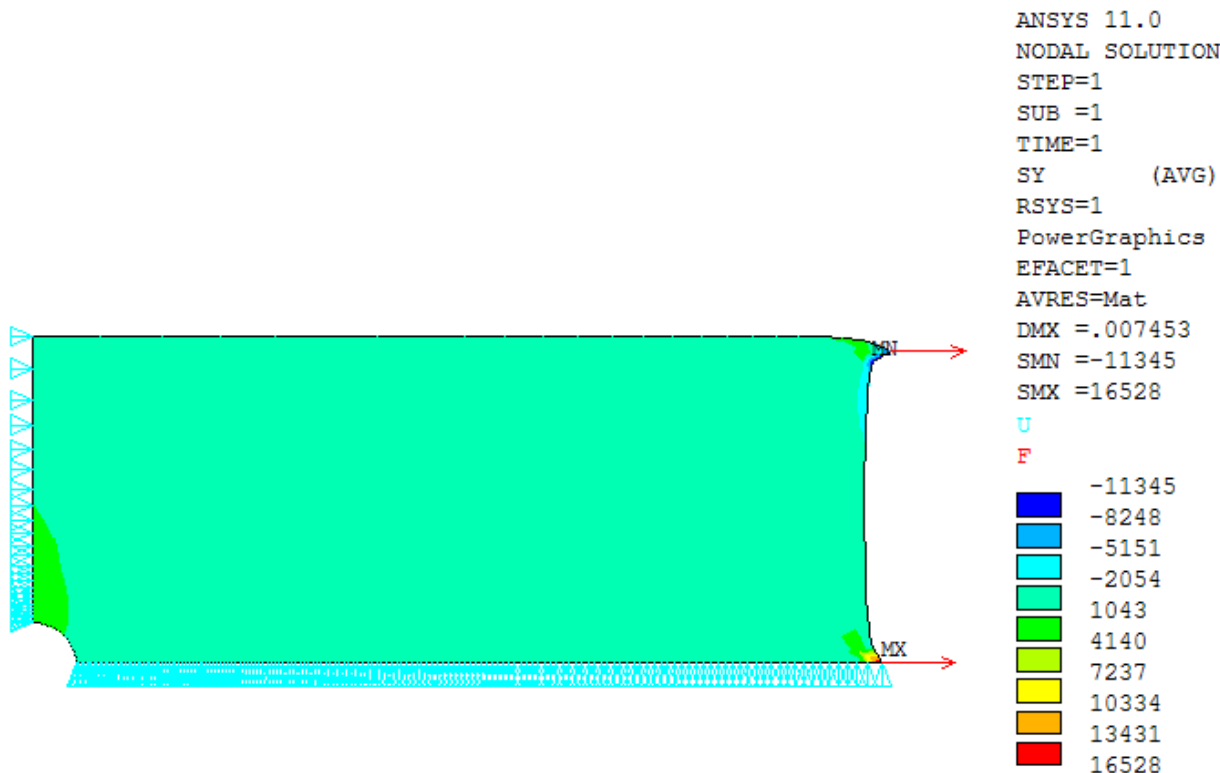
При В/10 $|\mathbf{U}|_{\max}=0.006577$, при В/20 $|\mathbf{U}|_{\max}=0.007453$

Задача Кирша. 1/4 пластинки. Плоское напряженное состояние. КЭ PLANE82 с треугольной опцией.
Растяжение сосредоточенными силами. Сгущение В/20 около узлов с силами. Напряжения по Мизесу.



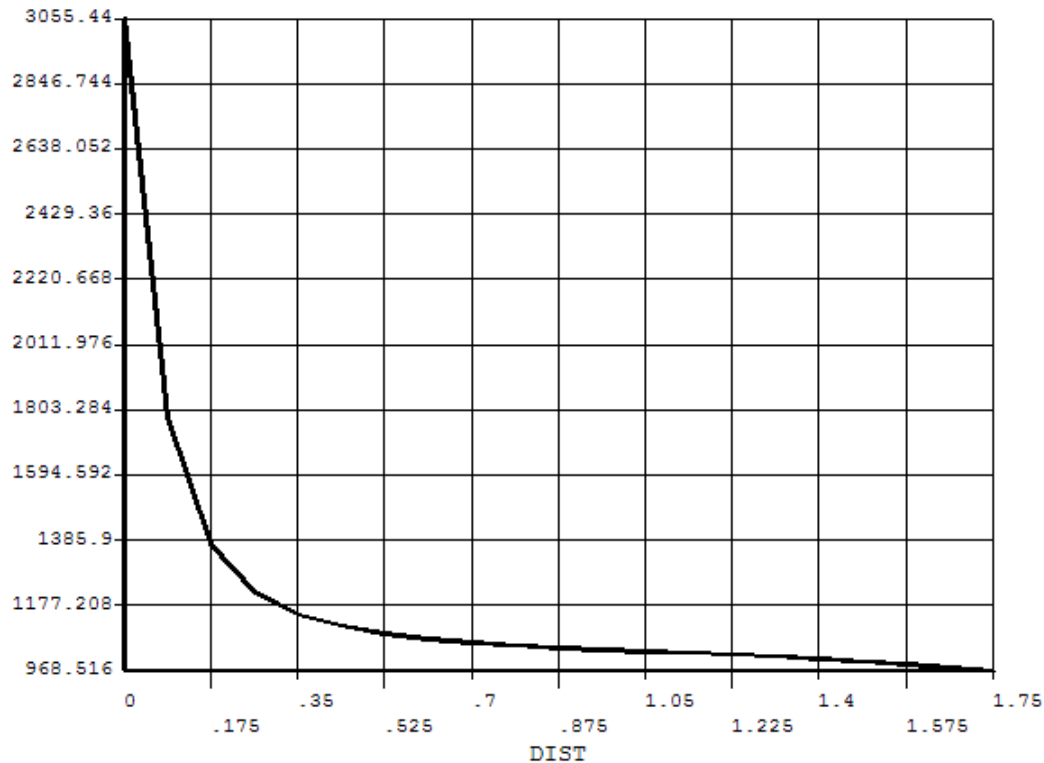
При В/10 $|\sigma_{\text{eqv}}|_{\text{max}}=24950$, при В/20 $|\sigma_{\text{eqv}}|_{\text{max}}=49832$

Задача Кирша. 1/4 пластинки. Плоское напряженное состояние. КЭ PLANE82 с треугольной опцией.
Растяжение сосредоточенными силами. Сгущение В/20 около узлов с силами. Окружные напряжения

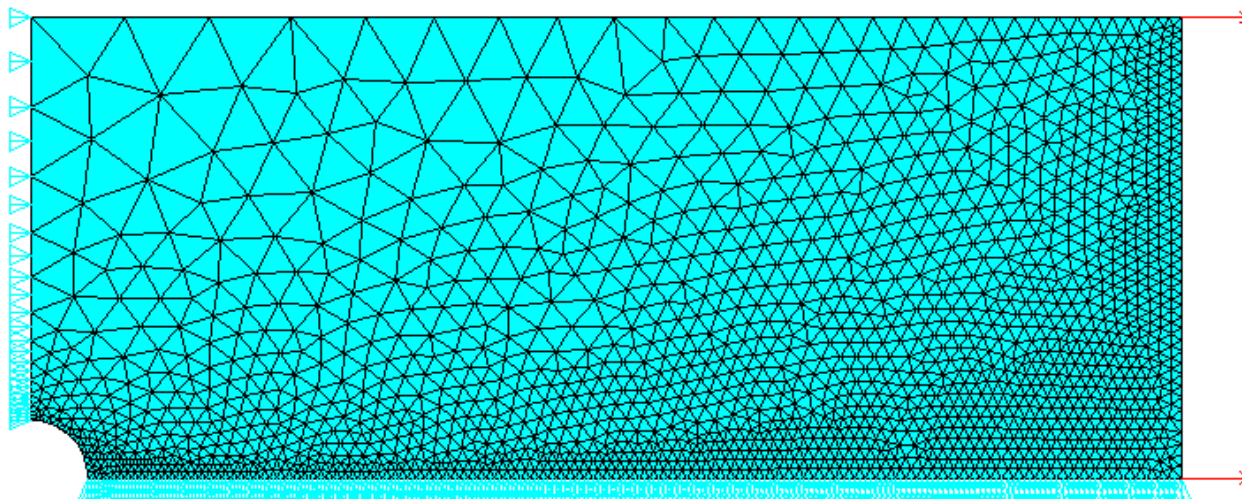


Задача Кирша. 1/4 пластинки. Плоское напряженное состояние. КЭ PLANE82 с треугольной опцией.

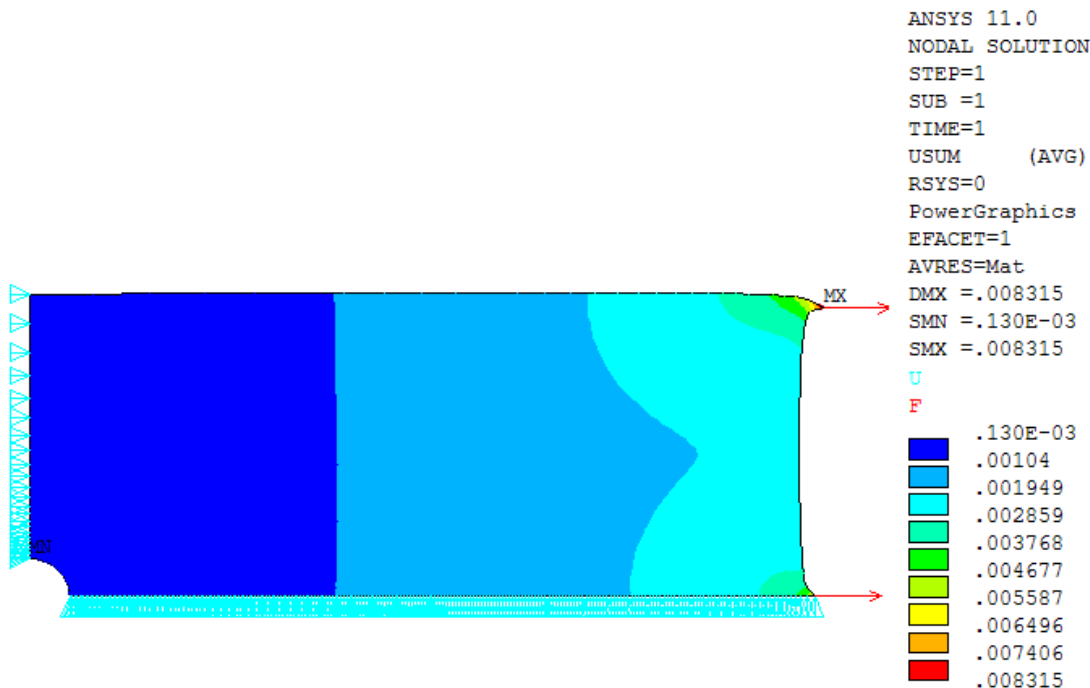
Растяжение сосредоточенными силами. Сгущение $V/20$ около узлов с силами. Окружные напряжения вдоль пути



Задача Кирша. 1/4 пластинки. Плоское напряженное состояние. КЭ PLANE82 с треугольной опцией.
Растяжение сосредоточенными силами. 6784 узел (2 степени свободы). Сгущение В/40 около узлов с силами

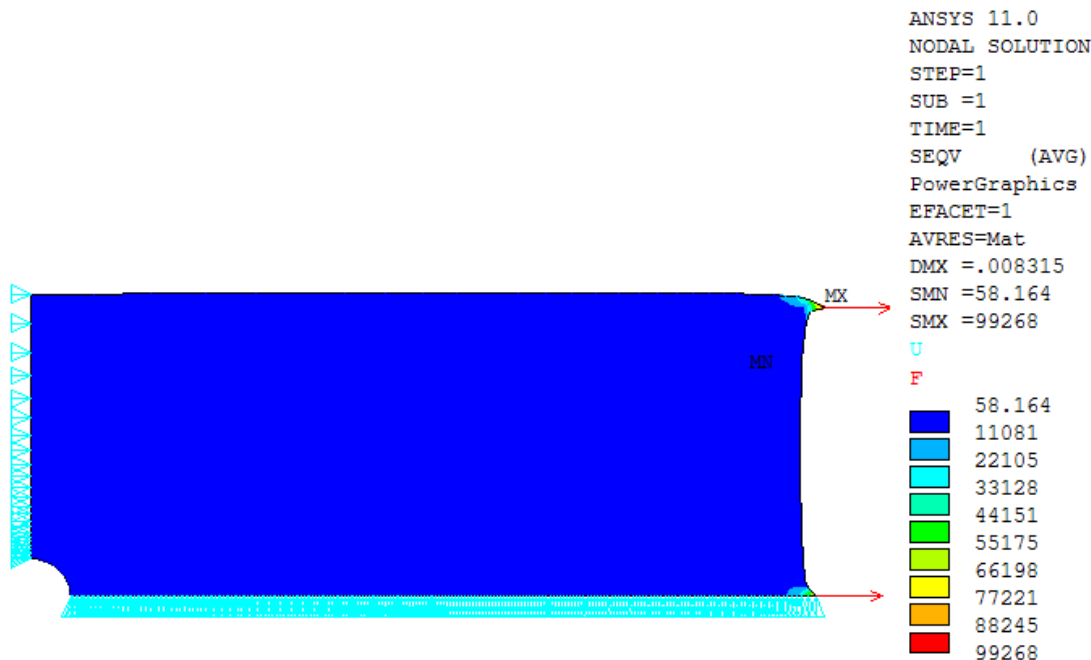


Задача Кирша. 1/4 пластинки. Плоское напряженное состояние. КЭ PLANE82 с треугольной опцией.
Растяжение сосредоточенными силами. Сгущение В/40 около узлов с силами. Модуль перемещений.



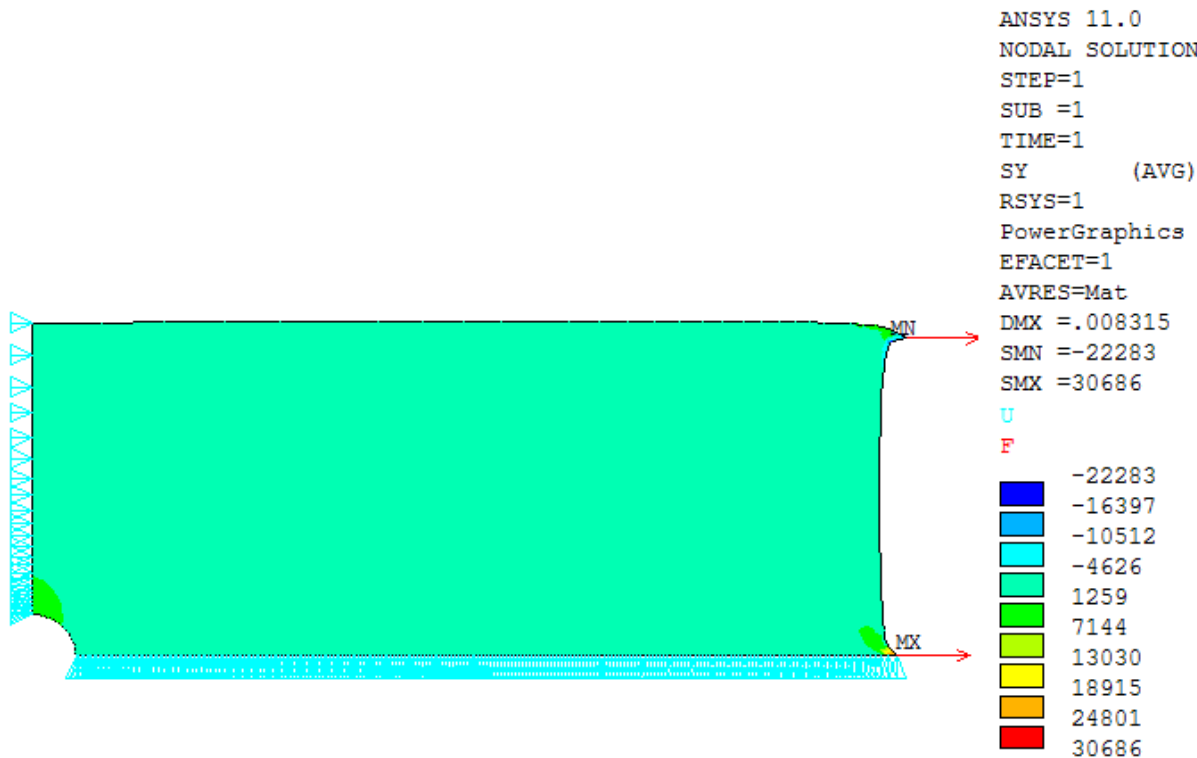
При В/10 $|\mathbf{U}|_{\max}=0.006577$, при В/20 $|\mathbf{U}|_{\max}=0.007453$, при В/40 $|\mathbf{U}|_{\max}=0.008315$

Задача Кирша. 1/4 пластинки. Плоское напряженное состояние. КЭ PLANE82 с треугольной опцией.
Растяжение сосредоточенными силами. Сгущение В/40 около узлов с силами. Напряжения по Мизесу.



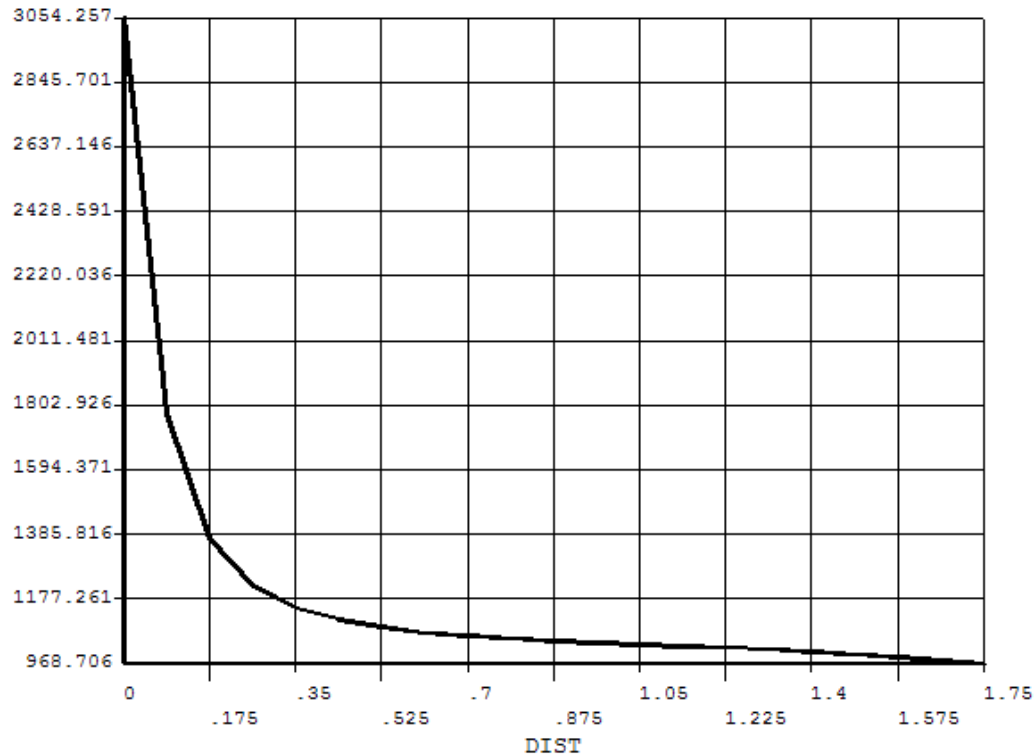
При $B/10$ $|\sigma_{\text{eqv}}|_{\text{max}}=24950$, при $B/20$ $|\sigma_{\text{eqv}}|_{\text{max}}=49832$, при $B/20$ $|\sigma_{\text{eqv}}|_{\text{max}}=99268$

Задача Кирша. 1/4 пластинки. Плоское напряженное состояние. КЭ PLANE82 с треугольной опцией.
Растяжение сосредоточенными силами. Сгущение В/40 около узлов с силами. Окружные напряжения

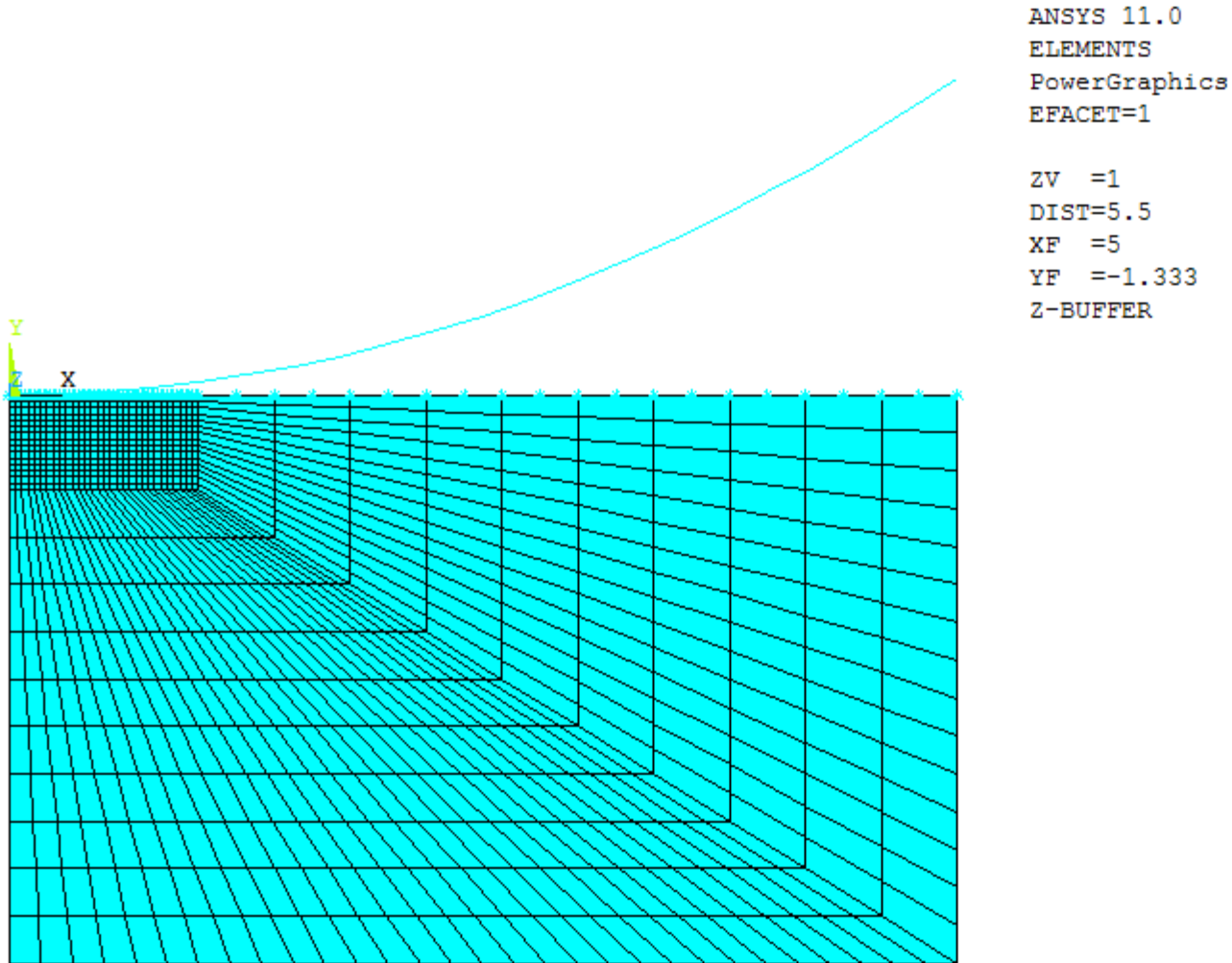


Задача Кирша. 1/4 пластинки. Плоское напряженное состояние. КЭ PLANE82 с треугольной опцией.

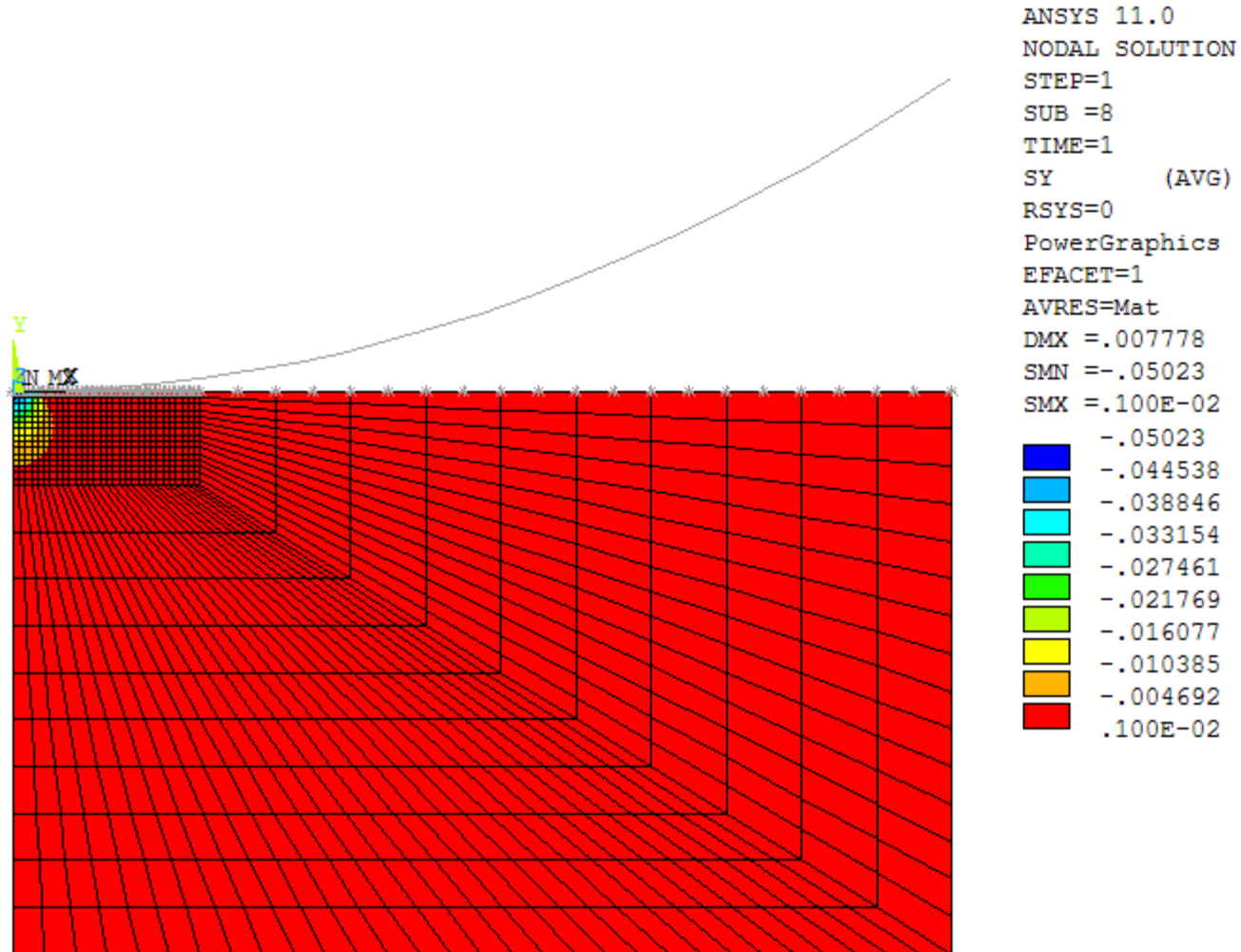
Растяжение сосредоточенными силами. Сгущение В/40 около узлов с силами. Окружные напряжения вдоль пути



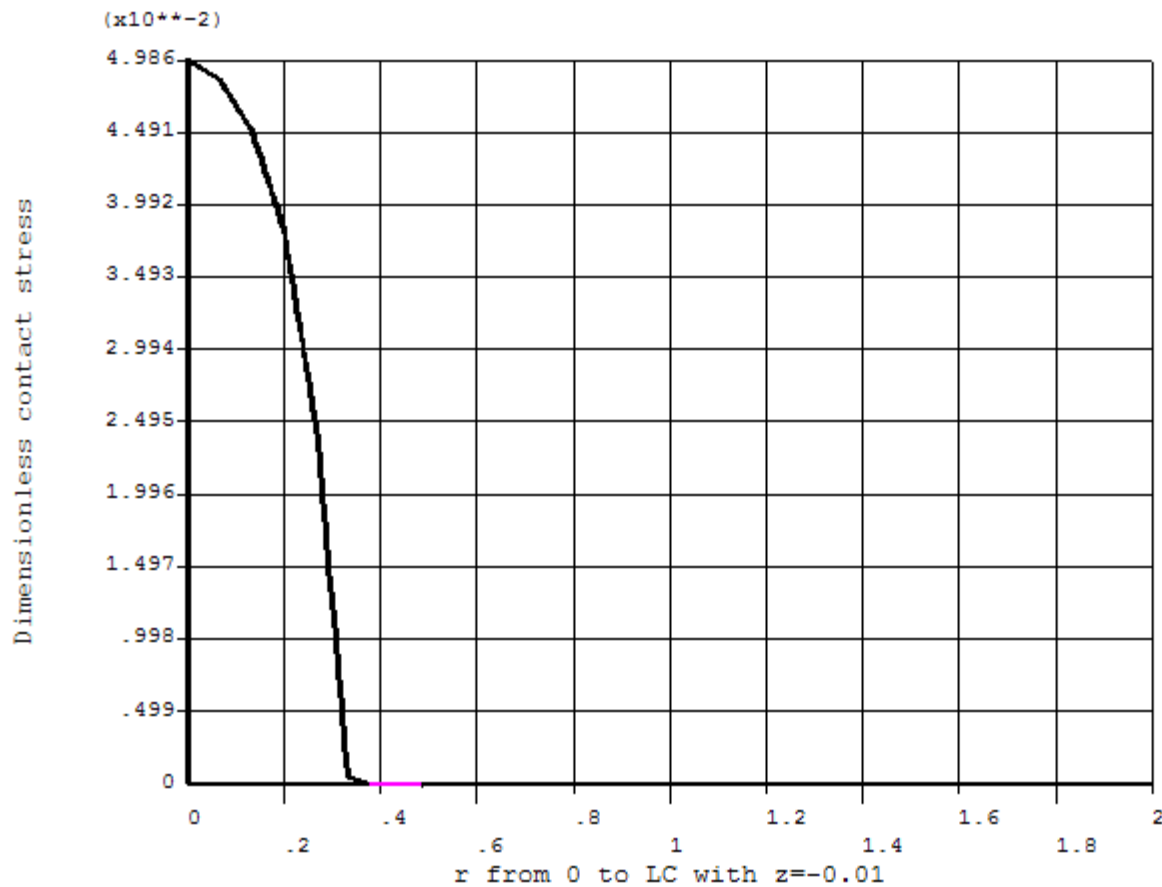
Пример 2. Вдавливание жесткого параболического штампа в неоднородный слой. Осесимметричная контактная задача. Конечно-элементная сетка



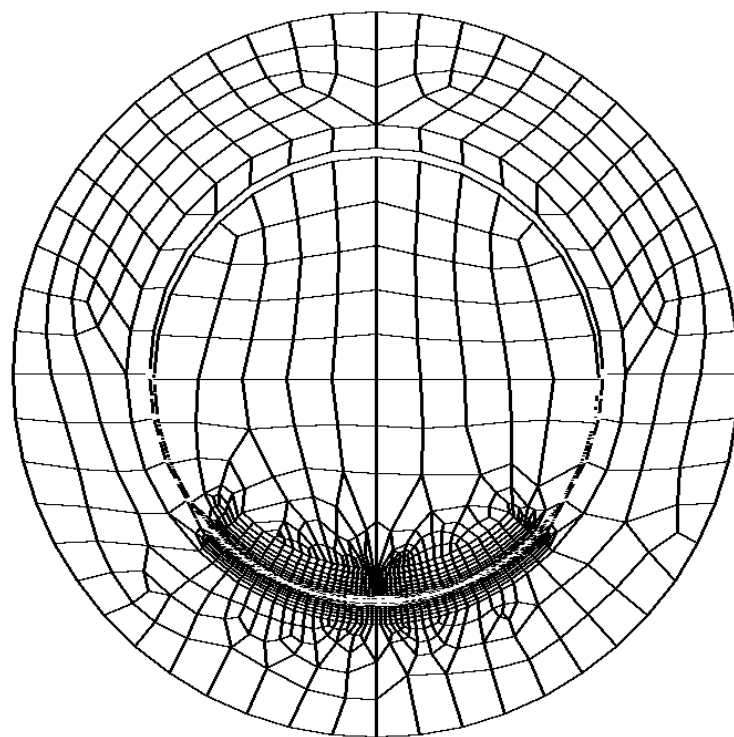
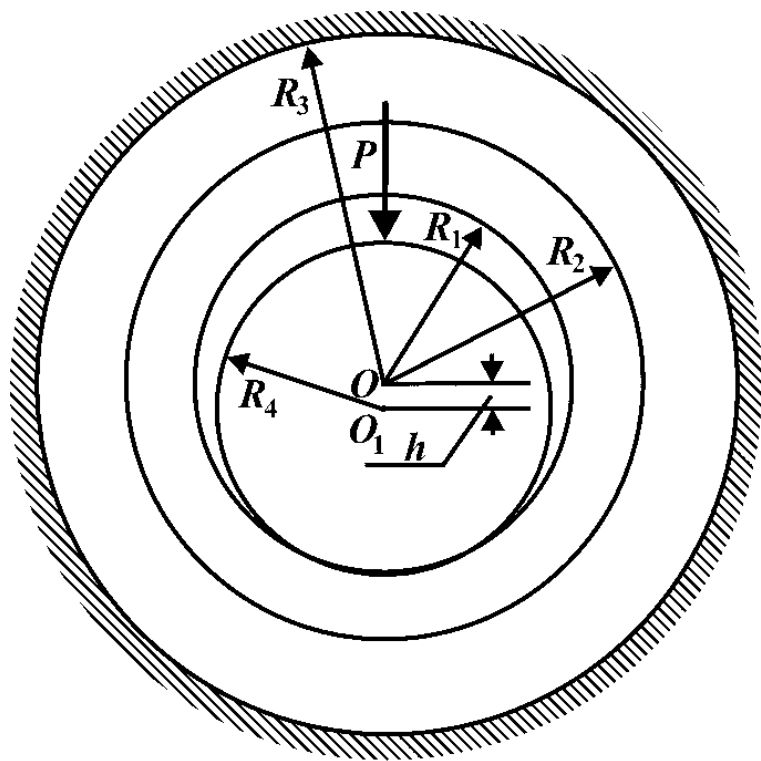
Вдавливание жесткого параболического штампа в неоднородный слой. Осесимметричная контактная задача. Осевые напряжения



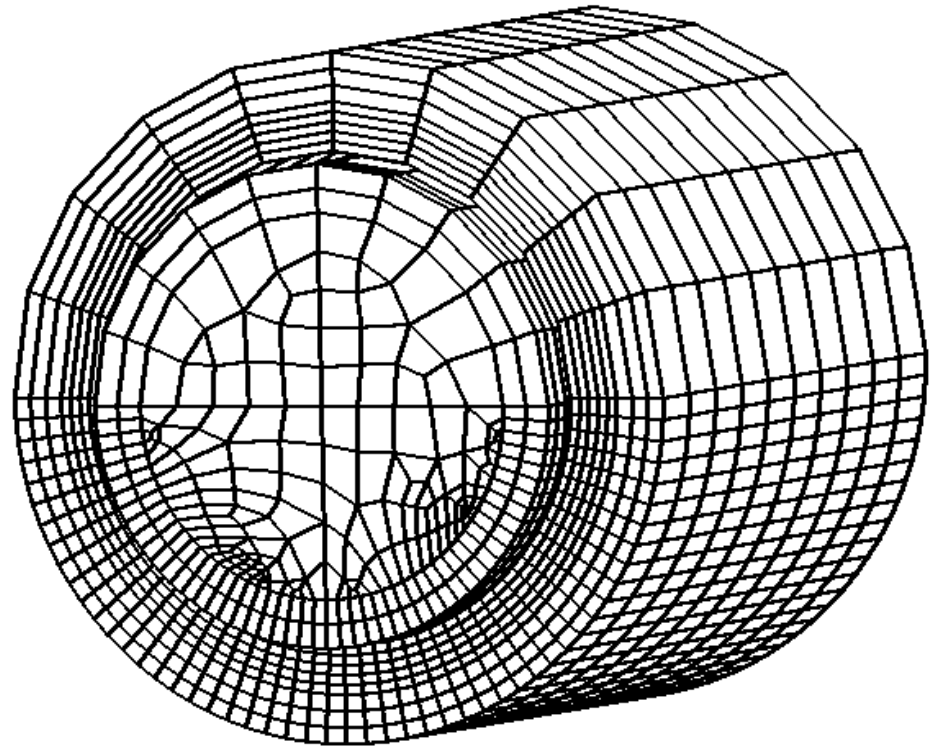
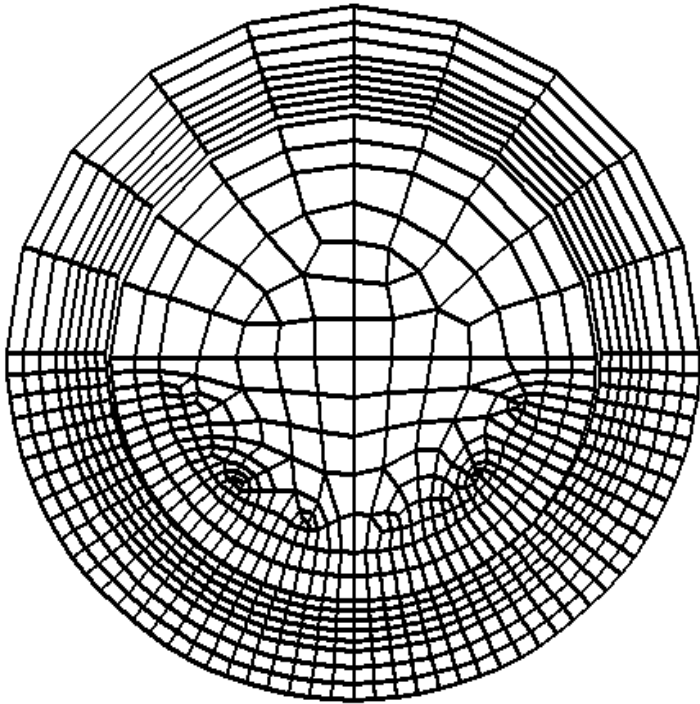
Вдавливание жесткого параболического штампа в неоднородный слой. Осесимметричная контактная задача. Контактные напряжения



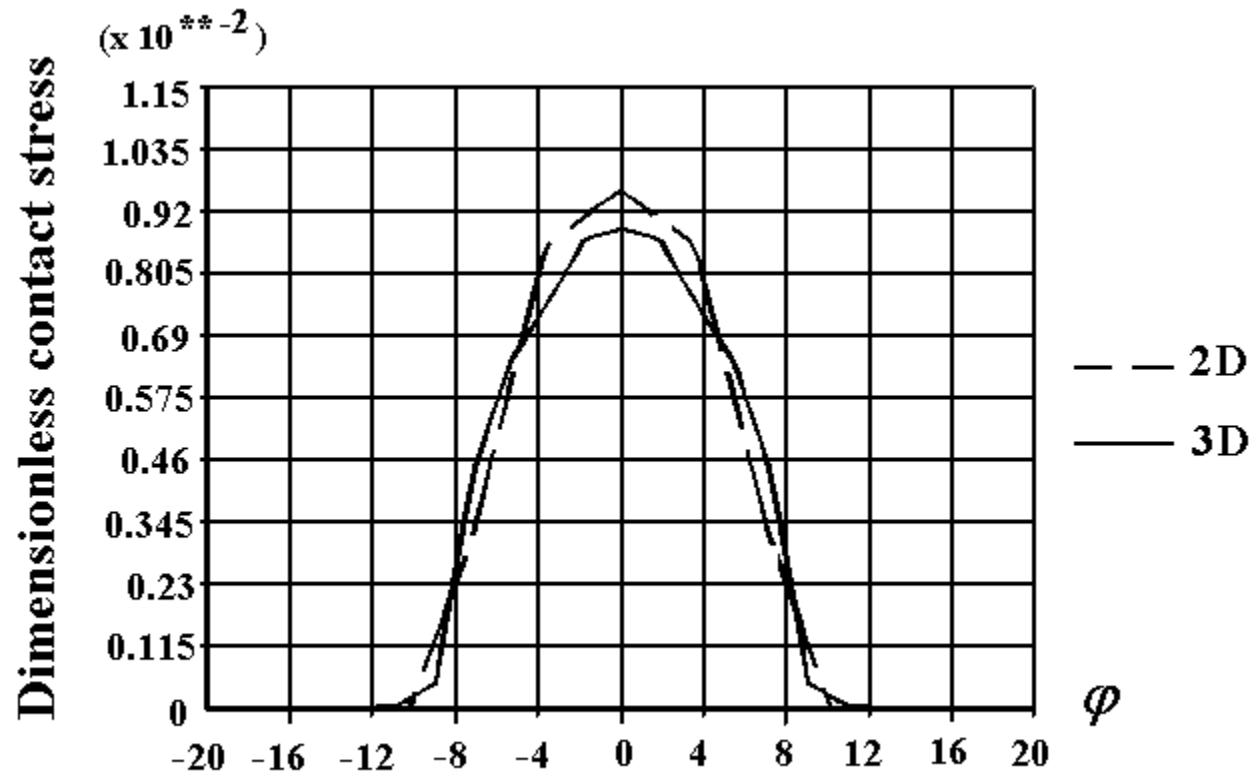
Пример 3. Расчет контактного взаимодействия в цилиндрическом подшипнике в двумерных и трехмерных постановках. Постановка задачи и «условно свободная» КЭ сетка в 2D



**Расчет контактного взаимодействия в цилиндрическом подшипнике в двумерных и трехмерных постановках.
«Условно канонические» КЭ сетки**

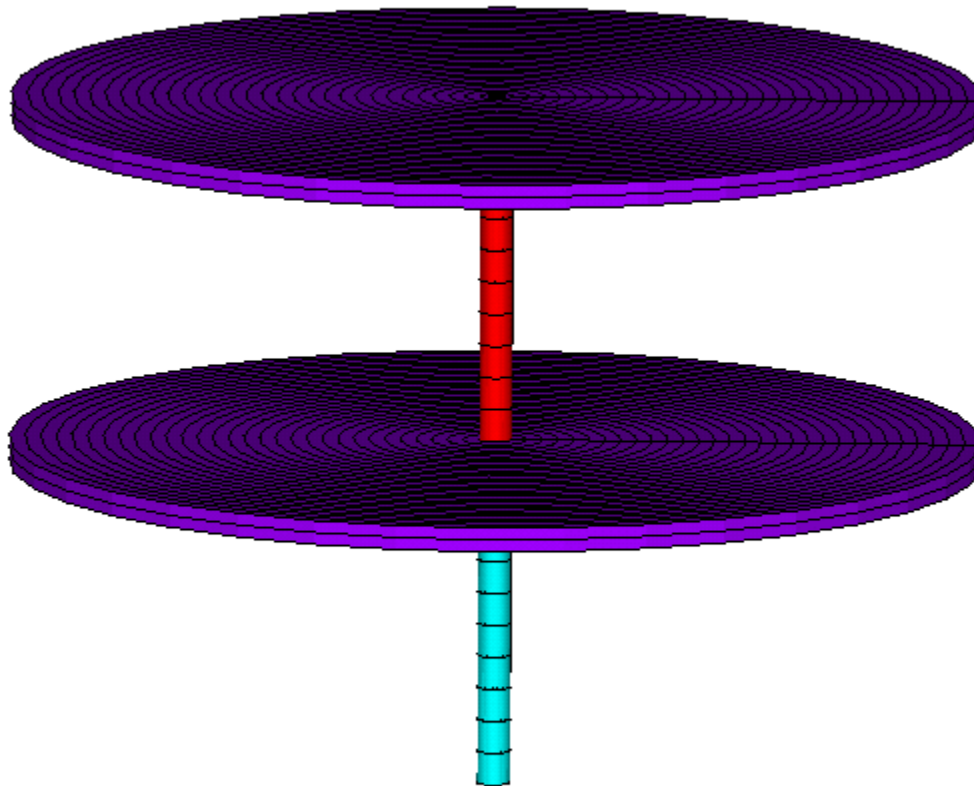


Расчет контактного взаимодействия в цилиндрическом подшипнике в двумерных и трехмерных постановках. Контактные напряжения в 2D и 3D

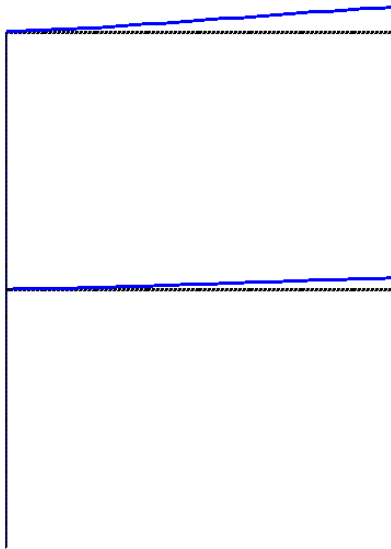


Пример 4. Модальный анализ осесимметричной конструкции

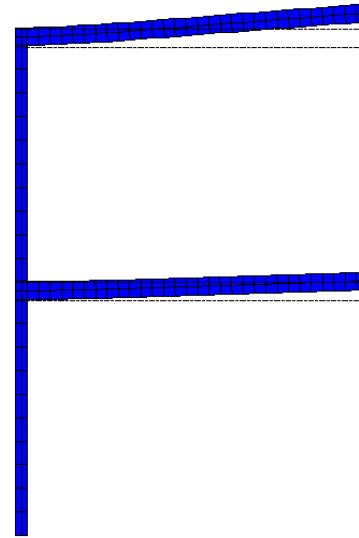
ANSYS



**Модальный анализ осесимметричной конструкции.
Первая форма колебаний. Слева - балочные и
оболочочные элементы, $f=150.323$ Гц; справа –
твердотельная осесимметричная модель, $f=151.623$ Гц**

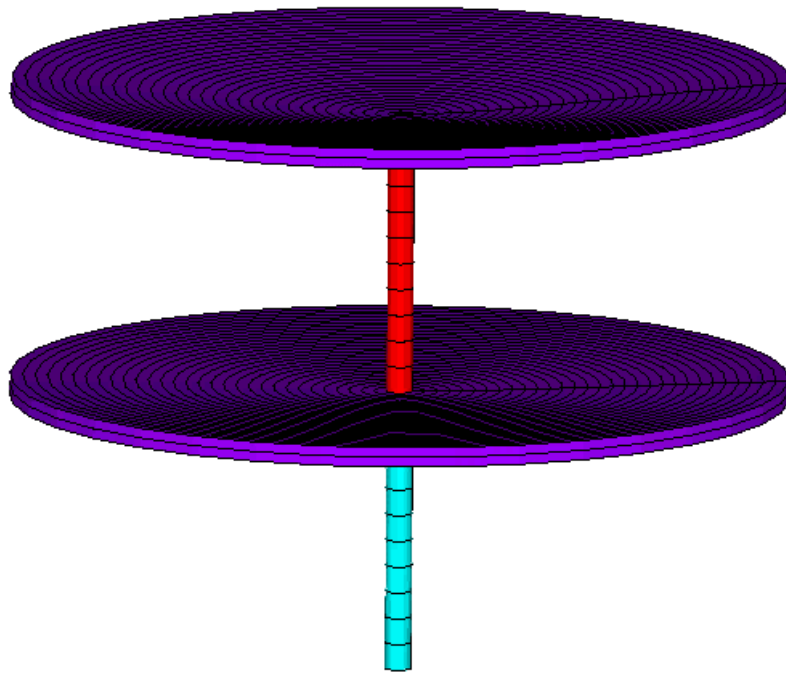


```
ANSYS 11.0  
DISPLACEMENT  
STEP=1  
SUB =1  
FREQ=150.323  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
DMX =.381819
```



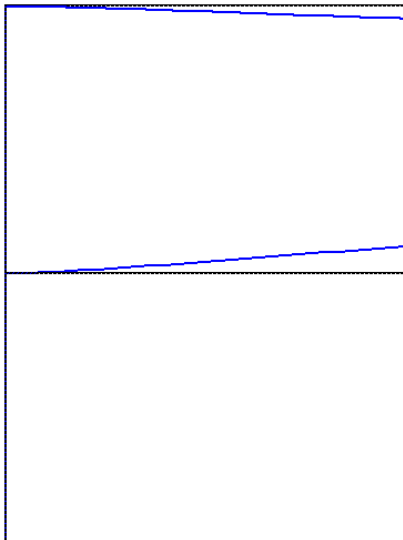
```
ANSYS 11.0  
DISPLACEMENT  
STEP=1  
SUB =1  
FREQ=151.623  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
DMX =.391994
```

Модальный анализ осесимметричной конструкции. Первая форма колебаний. Твердотельная осесимметричная модель, $f=151.623$ Гц

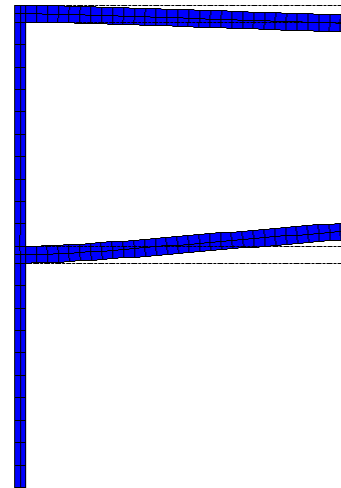


```
ANSYS 11.0  
DISPLACEMENT  
STEP=1  
SUB =1  
FREQ=151.623  
/EXPANDED  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
DMX =.391994
```

Модальный анализ осесимметричной конструкции. Вторая форма колебаний. Слева - балочные и оболочочные элементы, $f=156.165$ Гц; справа – твердотельная осесимметричная модель, $f=158.714$ Гц

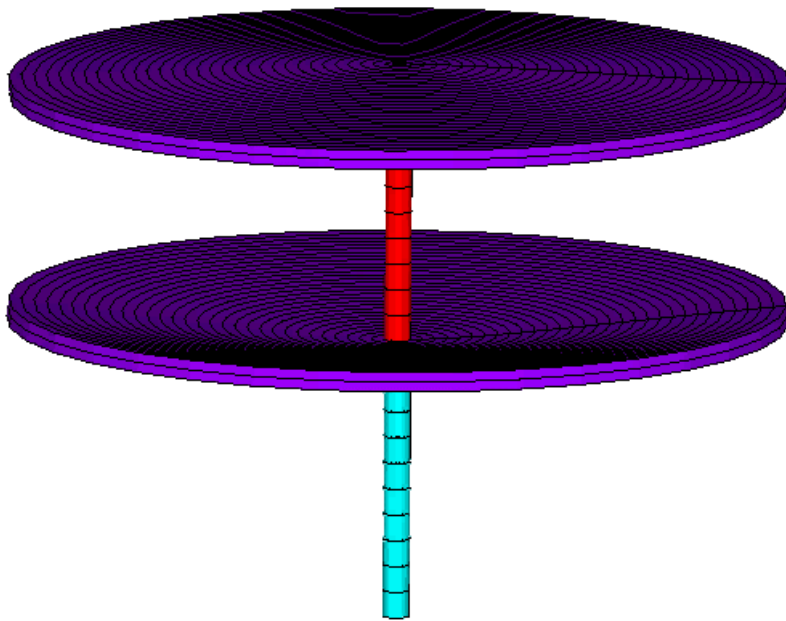


```
ANSYS 11.0  
DISPLACEMENT  
STEP=1  
SUB =2  
FREQ=156.165  
PowerGraphics  
EPACET=1  
AVRES=Mat  
DMX =.38971
```



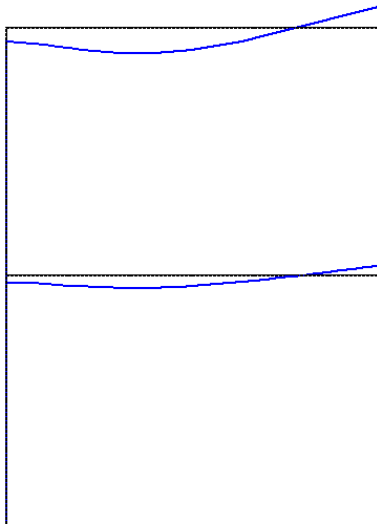
```
ANSYS 11.0  
DISPLACEMENT  
STEP=1  
SUB =2  
FREQ=158.714  
PowerGraphics  
EPACET=1  
AVRES=Mat  
DMX =.401286
```

Модальный анализ осесимметричной конструкции. Вторая форма колебаний. Твердотельная осесимметричная модель, $f=158.714$ Гц

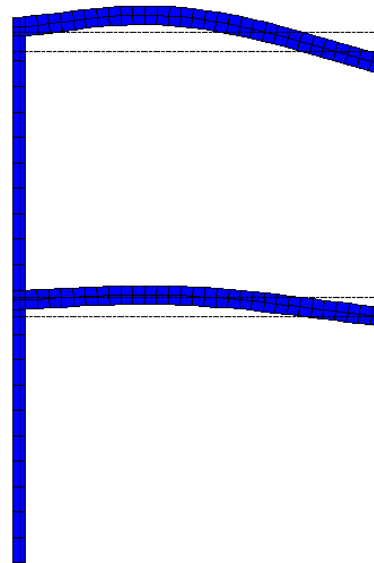


```
ANSYS 11.0  
DISPLACEMENT  
STEP=1  
SUB =2  
FREQ=158.714  
/EXPANDED  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
DMX =.401286
```

Модальный анализ осесимметричной конструкции. Третья форма колебаний. Слева - балочные и оболочочные элементы, $f=735.115$ Гц; справа – твердотельная осесимметричная модель, $f=737.275$ Гц

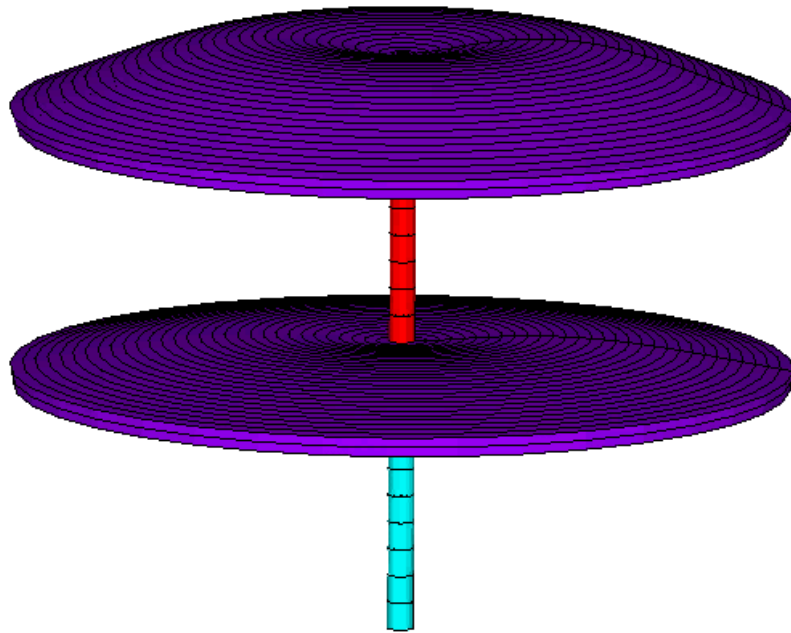


```
ANSYS 11.0  
DISPLACEMENT  
STEP=1  
SUB =3  
FREQ=735.115  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
DMX =.410068
```



```
ANSYS 11.0  
DISPLACEMENT  
STEP=1  
SUB =3  
FREQ=737.275  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
DMX =.414557
```


Модальный анализ осесимметричной конструкции. Третья форма колебаний. Твердотельная осесимметричная модель, $f=737.275$ Гц



```
ANSYS 11.0  
DISPLACEMENT  
STEP=1  
SUB =3  
FREQ=737.275  
/EXPANDED  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
DMX =.414557
```