

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Проект комиссии Президента по модернизации и техническому развитию экономики России «Создание системы подготовки высококвалифицированных кадров в области суперкомпьютерных технологий и специализированного программного обеспечения»

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

УТВЕРЖДАЮ

Председатель экспертного совета
системы НОЦ СКТ, член-корр. РАН
В.В. Воеводин

_____ 201__ г.
" ____ " _____

Программа дисциплины

**«ВВЕДЕНИЕ В РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЕ АЛГОРИТМОВ И
ПРОГРАММ»**

«010900 -- Прикладные математика и физика»

Разработчики: д.ф.-м.н., профессор Лобанов А.И.,
к.ф.-м.н., доцент Карпов В.Е.

Москва

Учебно-методический план курса лекций

«ВВЕДЕНИЕ В РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЕ АЛГОРИТМОВ И ПРОГРАММ»

КАРПОВ В.Е., ЛОБАНОВ А.И.

1. Аннотация курса

В последнее время для решения сложных задач математической физики все большее применение находят кластерные вычислительные системы. Многие пакеты прикладных программ сейчас могут эффективно использовать преимущества такой архитектуры. Вместе с тем, сохраняется потребность в параллельной реализации алгоритмов для решения нестандартных задач, которые лежат вне пределов применимости стандартных пакетов. Также существует большое количество программ и отлаженных алгоритмов, реализованных в последовательной парадигме программирования. Такие программы требуют параллельной реализации. Предлагаемый курс своей основной целью ставит краткое введение в основные методы анализа параллельности и параллельной реализации существующих алгоритмов. Курс делится на две части. Первая часть дает представление об основах выявления параллелизма в текстах программ и, при его наличии, эффективной их реализации на кластерных системах. Вторая часть курса дает представление об основных идеях при реализации численных алгоритмов, позволяющих избежать случая низкой эффективности распараллеливания. На нескольких примерах рассматриваются основные идеи модификации численных алгоритмов – дублирование вычислений, замена точных методов приближенными с дополнительными итерациями, геометрическое распараллеливание, проблемы выбора подходящего функционального базиса.

Данный курс является обязательным курсом для студентов IV года обучения бакалавриата. Курс читается в VII семестре. Длительность курса 72 часа. В конце курса предусмотрен дифференцированный зачет. Отвечают за курс кафедры информатики и вычислительной математики МФТИ. Авторы программы и лектора 2011/12 учебного года д.ф.-м.н., профессор Лобанов А.И. и к.ф.-м.н., доцент Карпов В.Е.. При чтении лекций используются компьютерные презентации.

2. Место дисциплины в учебном плане.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать методы декомпозиции последовательных алгоритмов, эквивалентных и неэквивалентных преобразований последовательных программ, позволяющих обеспечить их распараллеливание, основные идеи при реализации численных алгоритмов, позволяющих избежать случая низкой эффективности распараллеливания.

уметь оценивать асимптотическую сложность используемых алгоритмов, анализировать последовательные программы для выявления возмож-

ности их распараллеливания, оценивать эффективность работы распараллеленных программ, выбирать эффективные численные методы для поставленных задач математического моделирования.

владеть средствами и технологиями разработки приложений, обеспечивающих проведение параллельного вычислительного эксперимента.

3. Содержание дисциплины.

В первой части курса рассказывается об отличии технологии параллельного программирования от технологии последовательного программирования, обосновывается появление новых этапов в технологии: декомпозиция алгоритмов, назначение работ исполнителям, аранжировка и отображение логических исполнителей на физические. Даны краткие основы асимптотического анализа алгоритмов, вводятся понятия оптимальности последовательного алгоритма, ускорения, стоимости и эффективности параллельных алгоритмов. Рассматриваются формы записи алгоритмов, наиболее корректной из которых является граф алгоритма. Исследуются свойства ярусно-параллельных форм. Для уменьшения гранулярности декомпозиции рассмотрены вопросы распараллеливания на уровне операторов и блоков операторов. Обсуждаются условия Бернштейна и их нарушения; истинные зависимости, антизависимости и зависимости по выходным данным; параллельность невложенных и вложенных циклов; эквивалентные преобразования программ для устранения препятствий к распараллеливанию, неэквивалентные преобразования программ, применяющиеся в параллельном программировании.

Во второй части рассматриваются некоторые алгоритмы, применяемые при решении задач математической физики, и обсуждаются вопросы их параллельной реализации.

Решение жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений большой размерности. Рассматриваются одноитерационные методы из семейства методов Розенброка. Так как наибольшую трудность вызывает точное обращение матрицы при решении получившихся систем линейных уравнений на каждом шаге, рассматривается семейство W -методов, допускающих приближенное обращение матрицы Якоби (или матрицы, приближающей матрицу Якоби данной системы). Показано, что преодолеть трудности, связанные с распараллеливанием задачи помогает введение приближенных методов, в частности, метода Шульца, требующего только выполнения операций умножения матриц. Обсуждаются вопросы сходимости итераций для W -методов.

На примере решения краевой задачи для ОДУ рассматривается построение метода параллельной пристрелки. В данном методе дублирование вычислений приводит к улучшению обусловленности матриц при решении систем для «склейки» решений, полученных на разных исполнителях.

На примере разностной аппроксимации линейного ОДУ второго по-

рядка рассматриваются подходы к параллельному решению СЛАУ (систем линейных алгебраических уравнений) специального вида с трехдиагональной матрицей. Обсуждаются вопросы реализации алгоритма параллельной прогонки (Бабенко-Коновалова) и алгоритмы редукции.

На примере решения квазилинейного уравнения теплопроводности рассматриваются способы геометрического распараллеливания. Рассматривается также пример решения нелинейного интегрального уравнения с использованием вейвлет-разложения. Обсуждаются методы распараллеливания такого алгоритма. Демонстрируются применение параллельных вычислительных систем при использовании конвейерного алгоритма.

4. Перечень разделов курса.

1. Архитектурный и программный параллелизм. Проблемы использования параллельных систем. Непереносимость алгоритмов. Ошибки округления. Зависимость от архитектуры, языка, компилятора, ОС. Расширенная квалификация Флинна. Примеры SISD, SIMD, MISD, MIMD машин. Модели параллельного программирования. Этапы параллельного решения проблем: decomposition, assignment, orchestration, mapping. Задачи, решаемые на каждом этапе.
2. Элементы асимптотического анализа алгоритмов. Основные предположения. Вычислительная модель RAM. Терминология и обозначения. Асимптотические отношения. Наилучший последовательный алгоритм. Пример асимптотического анализа сложности последовательного алгоритма выбора элемента из множества. Рекуррентные соотношения. Основная теорема асимптотического анализа. Вычислительные модели PRAM. Ускорение при распараллеливании. Стоимость параллельного алгоритма. Оптимальность алгоритма по стоимости. Пример асимптотического анализа сложности параллельного алгоритма выбора элемента из множества. Ограниченность асимптотического анализа.
3. Декомпозиция алгоритмов на уровне операций. Понятие о графе алгоритма. Строго параллельные формы графа, каноническая параллельная форма. Соотнесение строго параллельных форм с выполнением алгоритма на конкретных архитектурных решениях. Ярусы параллельной формы, их ширина и высота. Концепция неограниченного параллелизма. Определение максимально возможного ускорения по ярусно-параллельной форме алгоритма.
4. Укрупнение параллельных ярусов. Декомпозиция алгоритмов и программ на уровне действий и операторов. Условия Бернштейна и их нарушение. Истинная или потоковая зависимость, антизависимость, зависимость по выходным данным. Графы зависимостей. Связь зависимостей операторов с возможностью одновременного выполнения.

5. Параллельность циклов. Простые циклы: расстояние зависимости; зависимости, связанные и несвязанные с циклом. Вложенные циклы. Вектора зависимости и направлений. Их использование для определения возможности распараллеливания циклов. Способы устранения зависимостей: loop distribution, code replication, loop alignment, приватизация переменных, индукция и редукция. Декомпозиция на уровне блоков операторов, π -блоки.
6. Assignment. Основные подходы к организации размещения задач на процессорах. Динамическое, потоковое, статическое планирование, work pool, pipeline, competition, divide & conquer. Их недостатки и достоинства. Проблемы балансировки загрузки процессоров. Гомогенные и гетерогенные вычислительные системы.
7. Аранжировка выполнения. Где и как синхронизировать вычисления и обмениваться данными. Перекрытия. Ухудшение последовательного алгоритма для улучшения параллельного выполнения.
8. Методы параллельного решения жестких систем ОДУ большой размерности. Методы Рунге–Кутты, Розенброка и W-методы. Методы Розенброка и W-методы с приближенным вычислением обратной матрицы. Метод Шульца обращения матрицы.
9. Решение краевой задачи для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (на примере уравнений второго порядка). Параллельные версии алгоритма прогонки. Решение системы линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей методом редукции.
Решение краевой задачи для нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (на примере уравнений второго порядка). Алгоритм «параллельной пристрелки» и его принципиальные отличия от «пристрелки». Переход к решению расширенной системе ОДУ как основа параллельной версии алгоритма.
10. Конечно-разностные методы решения эволюционных уравнений в частных производных (уравнений параболического и гиперболического типов). Геометрическое распараллеливание и итерационные методы. Учет области зависимости.
11. Проблема выбора «удачного» базиса. Методы вейвлет-Галеркина (на примере решения интегрального уравнения) и возможность их параллельной реализации.

5. Тематический план курса.

Распределение часов курса по темам и видам работ представлено ниже

№№ п/п	Наименование модулей, разделов, дисциплин	Всего часов					Фор- ма контро- ля
		Трудоёмкость	в том числе				
			Аудиторные занятия			Самостоятельная ра- бота	
			Всего	Лекции	Практические занятия		
1.	Введение в распараллеливание алгоритмов и программ	40	34	16	18	6	Тест
1.1.	Архитектурный и программный параллелизм. Проблемы использования параллельных систем. Непереносимость алгоритмов. Ошибки округления. Зависимость от архитектуры, языка, компилятора, ОС. Расширенная квалификация Флинна. Примеры SISD, SIMD, MISD, MIMD машин. Модели параллельного программирования. Этапы параллельного решения проблем: decomposition, assignment, orchestration, mapping. Задачи, решаемые на каждом этапе.	2	2	2	0	0	Тест
1.2.	Элементы асимптотического анализа алгоритмов. Основные предположения. Вычислительная модель RAM. Терминология и обозначения. Асимптотические отношения. Наилучший последовательный алгоритм. Пример асимптотического анализа сложности последовательного алгоритма выбора элемента из множества. Рекуррентные соотношения. Основная теорема асимптотического анализа. Вычислительные модели PRAM. Ускорение при распараллеливании. Стоимость параллельного алгоритма. Оптимальность алгоритма по стоимости. Пример асимптотического анализа сложности параллельного алгоритма выбора элемента из множества. Ограниченность асимптотического анализа	10	8	4	4	2	Тест

№№ п/п	Наименование модулей, разделов, дисциплин	Всего часов					Форма контро- ля
		Трудоёмкость	в том числе				
			Аудиторные занятия			Самостоятельная ра- бота	
			Всего	Лекции	Практические занятия		
1.3.	Декомпозиция алгоритмов на уровне операций. Понятие о графе алгоритма. Строго параллельные формы графа, каноническая параллельная форма. Соотношение строго параллельных форм с выполнением алгоритма на конкретных архитектурных решениях. Ярусы параллельной формы, их ширина и высота. Концепция неограниченного параллелизма. Определение максимально возможного ускорения по ярусно-параллельной форме алгоритма.	8	6	2	4	2	Тест
1.4.	Укрупнение параллельных ярусов. Декомпозиция алгоритмов и программ на уровне действий и операторов. Условия Бернштейна и их нарушение. Истинная или потоковая зависимость, антизависимость, зависимость по выходным данным. Графы зависимостей. Связь зависимостей операторов с возможностью одновременного выполнения	4	4	2	2	0	Тест
1.5	Параллельность циклов. Простые циклы: расстояние зависимости; зависимости, связанные и несвязанные с циклом. Вложенные циклы. Вектора зависимости и направлений. Их использование для определения возможности распараллеливания циклов. Способы устранения зависимостей: loop distribution, code replication, loop alignment, приватизация переменных, индукция и редукция. Декомпозиция на уровне блоков операторов, п-блоки.	10	8	4	4	2	Тест
1.6	Assignment. Основные подходы к организации размещения задач на процессорах. Динамическое, потоковое, статическое планирование, work pool, pipeline, competition, divide & conquer. Их недостатки и достоинства. Проблемы балансировки загрузки процессоров. Гомогенные и гетерогенные вычислительные системы	3	3	1	2	0	Тест
1.7.	Аранжировка выполнения. Где и как синхронизировать вычисления и обмениваться данными. Перекрытия. Ухудшение последовательного алгоритма для улучшения параллельного.	3	3	1	2	0	Тест
2	Параллельные алгоритмы в задачах математической физики	32	28	14	14	4	Тест

№№ п/п	Наименование модулей, разделов, дисциплин	Всего часов					Форма контро- ля
		Трудоёмкость	в том числе				
			Аудиторные занятия			Самостоятельная ра- бота	
			Всего	Лекции	Практические занятия		
2.1.	Методы параллельного решения жестких систем ОДУ большой размерности. Методы Рунге–Кутты, Розенброка и W-методы. Методы Розенброка и W-методы с приближенным вычислением обратной матрицы. Метод Шульца приближенного обращения матрицы.	6	6	2	4	0	Тест
2.2.	Решение краевой задачи для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (на примере уравнений второго порядка). Параллельные версии алгоритма прогонки. Решение системы линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей методом редукции. Решение краевой задачи для нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (на примере уравнений второго порядка). Алгоритм «параллельной пристрелки» и его принципиальные отличия от «пристрелки». Переход к решению расширенной системе ОДУ как основа параллельной версии алгоритма.	10	8	4	4	2	Тест
2.3	Конечно-разностные методы решения эволюционных уравнений в частных производных (уравнений параболического и гиперболического типов). Геометрическое распараллеливание и итерационные методы.	10	8	4	4	2	Тест
2.4	Проблема выбора «удачного» базиса. Методы вейвлет-Галеркина (на примере решения интегрального уравнения) и возможность их параллельной реализации.	6	6	4	2	0	Тест
ИТОГО:		72	62	30	32	10	

6. Литература и Web-источники

1. В. Е. Карпов Введение в распараллеливание алгоритмов и программ, // Компьютерные исследования и моделирование, 2010, том 2, вып. 3, с. 231-27.
2. *Воеводин В. В., Воеводин Вл. В.* Параллельные вычисления. — СПб.: БХВ-Петербург, 2002. — с. 601.
3. *Миллер Р., Боксер Л.* Последовательные и параллельные алгоритмы. — М.: Бином. Лаборатория знаний, 2006. — с. 406.
4. *Aki S.G.* The Design and Analysis of Parallel Algorithms. — Prentice-Hall, Inc., A Division of Simon & Schuster, Englewood Cliffs, NJ, 1989.
5. *Dijkstra E.W.* The Humble Programmer. — Pearson Education, 2005. — p. 468.
6. *Fahringer T.* Lecture on Parallel Systems. — Winter Term 2009/2010.
7. <http://www.dps.uibk.ac.at/~tf/lehre/ws09/ps/>
8. *Jordan H. F., Alagband F.* Fundamentals of Parallel Processing. — Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, NJ 07452, 2003. — с. 578.
9. *Wilkinson B., Allen M.* Parallel programming techniques and applications using networked workstations and parallel computers. — Pearson Education, 2005. — p. 468.
10. *Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К.* Алгоритмы. Построение и анализ. Издание 2-е. — М.: Вильямс, 2005. — с. 1296.
11. *Кнут Д.* Искусство программирования, том 1. Основные алгоритмы. 3-е изд. — М.: Вильямс, 2006. — с. 720.
12. *Столяров Л.Н., Абрамов В.М.* Начала информатики. От задачи к программе. — М.: Изд-во МАКЕТ, 2007. — с. 120.
13. *Шагин И.* Архитектура высокопроизводительных компьютеров и вычислительных систем. — 17.12.2001.
14. М. Холодниок, А. Клич, М. Кубичек, М. Марек. Методы анализа нелинейных динамических моделей. — М., Мир, 1991 — 368 с.
15. *Stoer J, Bulirich R.* Introduction To Numerical Analysis— New York, Springer, 1980.
16. *Kubiček M., Hlavaček V.* Numerical solution of Non-Linear boundary value Problems — New York, Prentice-hall Englewood Cliffs, 1983.
17. Э. Хайпер, Э. Ваннер. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. — М., Мир, 1999. —
18. В. М. Вержбицкий. Основы численных методов. — М., Высшая школа, 2002 — 840 с.
19. В.А. Вшивков, О.П. Стояновская Об одном способе конструирования w-методов для жестких систем ОДУ // Вычислительные технологии — Том 12, № 4, 2007

20. Яненко Н.Н., Коновалов А.Н., Бугров А.Н., Шустов Г.В. Об организации параллельных вычислений и "распараллеливание" прогонки // Числ. методы механики сплош. среды. 1978. Т. 9. №7. С. 139-146.
21. Фрейзер М. Введение в вейвлеты в свете линейной алгебры —М., БИНОМ, Лаборатория знаний, 2008, 487 с.